



ΣΧΟΛΗ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΑΓΩΓΗΣ

ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

Πρόγραμμα Μετπτυχιακών Σπουδών
«Επιστήμες της Αγωγής - Εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση με την χρήση των ΤΠΕ
(e-Learning)».

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**Η διδασκαλία της Γεωμετρίας με την χρήση ΤΠΕ καθώς
και σε e-learning περιβάλλοντα : Επίπεδα Van hiele και
δυναμική γεωμετρία**

Αποστολάκης Κωνσταντίνος

Επιβλέπων καθηγητής: Ζαράνης Νικόλαος

Ρέθυμνο, Απρίλιος 2019

**Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών
«Επιστήμες της Αγωγής - Εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση με την χρήση των ΤΠΕ
(e-Learning)».
[Αριθμ. ΦΕΚ 635 τ.Β΄/9.3.2016]**

Ακαδημαϊκός Υπεύθυνος ΠΜΣ:

Καθηγητής Αναστασιάδης Παναγιώτης

Πανεπιστήμιο Κρήτης – Παιδαγωγικό Τμήμα Δ.Ε

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Η διδασκαλία της Γεωμετρίας με την χρήση ΤΠΕ καθώς και σε e-learning περιβάλλοντα : Επίπεδα Van hiele και δυναμική γεωμετρία

Αποστολάκης Κωνσταντίνος

Υπέθυνη Δήλωση Συγγραφέα:

Δηλώνω ρητά ότι, σύμφωνα με το άρθρο 8 του Ν. 1599/1986 και τα άρθρα 2,4,6 παρ. 3 του Ν. 1256/1982, η παρούσα εργασία αποτελεί αποκλειστικά προϊόν προσωπικής εργασίας και δεν προσβάλλει κάθε μορφής πνευματικά δικαιώματα τρίτων και δεν είναι προϊόν μερικής ή ολικής αντιγραφής, οι πηγές δε που χρησιμοποιήθηκαν περιορίζονται στις βιβλιογραφικές αναφορές και μόνον.

© Πανεπιστήμιο Κρήτης, ΠΤΔΕ,ΕΔΙΒΕΑ, 2018

Το Π.Τ.Δ.Ε του Πανεπιστημίου Κρήτης και ειδικότερα το Ε.ΔΙ.Β.Ε.Α, διατηρεί το δικαίωμα της χρήσης και αναπαραγωγής της παρούσας εργασίας για διδακτικούς και ερευνητικούς σκοπούς.



ΣΧΟΛΗ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΑΓΩΓΗΣ
ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΤΜΗΜΑ ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ

**Η διδασκαλία της Γεωμετρίας με την χρήση ΤΠΕ καθώς και σε
e-learning περιβάλλοντα : Επίπεδα Van hiele και δυναμική
γεωμετρία**

Κωνσταντίνος Αποστολάκης

Επιτροπή Επίβλεψης Διπλωματικής Εργασίας

Επιβλέπων Καθηγητής:

Ζαράνης Νικόλαος

Καθηγητής, Πανεπιστήμιο Κρήτης

Συν-Επιβλέποντες Καθηγητες:

Μουζάκης Χαράλαμπος

Καθηγητής, Πανεπιστήμιο Αθηνών

Κιουλάνης Σπυρίδων

Καθηγητής, Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο

Ρέθυμνο, Απρίλιος 2019

© Πανεπιστήμιο Κρήτης, ΠΤΔΕ,ΕΔΙΒΕΑ, 2018

Δηλώνω ρητά ότι, σύμφωνα με το άρθρο 8 του Ν. 1599/1986 και τα άρθρα 2,4,6 παρ. 3 του Ν. 1256/1982, η παρούσα εργασία αποτελεί αποκλειστικά προϊόν προσωπικής εργασίας και δεν προσβάλλει κάθε μορφής πνευματικά δικαιώματα τρίτων και δεν είναι προϊόν μερικής ή ολικής αντιγραφής, οι πηγές δε που χρησιμοποιήθηκαν περιορίζονται στις βιβλιογραφικές αναφορές και μόνον. Το Π.Τ.Δ.Ε του Πανεπιστημίου Κρήτης και ειδικότερα το Ε.ΔΙ.Β.Ε.Α, διατηρεί το δικαίωμα της χρήσης και αναπαραγωγής της παρούσας εργασίας για διδακτικούς και ερευνητικούς σκοπούς».



*Κωνσταντίνος Αποστολάκης, «Η διδασκαλία της Γεωμετρίας με την χρήση ΤΠΕ
καθώς και σε e-learning περιβάλλοντα : Επίπεδα van hiele και δυναμική γεωμετρία»*

*Σε όσους με αγαπούν και θέλουν
να με βλέπουν να προοδεύω,*

Περίληψη

Η παρούσα βιβλιογραφική ερευνητική εργασία αποτελεί μία βιβλιογραφική ανασκόπηση αναφορικά με τη διδασκαλία της γεωμετρίας σε περιβάλλοντα e-learning και προωθεί καλές πρακτικές και νέες τάσεις, καθώς και προοπτικές για την ενσωμάτωση της δυναμικής γεωμετρίας στο σχολικό περιβάλλον. Στο πρώτο κεφάλαιο της παρούσας εργασίας παρουσιάζεται το θεωρητικό πλαίσιο σχετικά με τη διδασκαλία της γεωμετρίας και τα επίπεδα Van Hiele. Πιο συγκεκριμένα, ο ερευνητής παρουσιάζει τη σημαντικότητα της γεωμετρίας ως μάθημα της υποχρεωτικής εκπαίδευσης και τη δυσκολία που έχουν οι μαθητές πάνω σε αυτό. Στη συνέχεια, αναλύεται το μοντέλο του Van Hiele, τα επίπεδα που περιέχονται σε αυτό, καθώς και τα χαρακτηριστικά τους. Στο επόμενο κεφάλαιο, παρουσιάζεται η θεωρητική επισκόπηση σχετικά με τη διδασκαλία των Μαθηματικών, και ειδικότερα της γεωμετρίας χρησιμοποιώντας τις νέες τεχνολογίες της πληροφορίας και της επικοινωνίας. Στο τρίτο κεφάλαιο, με στόχο τη λογική ακολουθία της βιβλιογραφίας, γίνεται αναφορά στη σύνδεση της εξ' αποστάσεως εκπαίδευσης και των μαθηματικών. Πιο αναλυτικά στο πρώτο υποκεφάλαιο παρουσιάζεται η εξ' αποστάσεως εκπαίδευση και τα προγράμματα e-learning, καθώς και η έννοια της συμπληρωματικής σχολικής εξ' αποστάσεως εκπαίδευσης.

Επιπλέον, στο τέταρτο κεφάλαιο παρουσιάζεται η έννοια της δυναμικής γεωμετρίας αναλύοντας την ανάπτυξη της επιστήμης, ενώ στο πέμπτο και τελευταίο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα συμπεράσματα της έρευνας που πραγματοποιήθηκε, καθώς και οι περιορισμοί που δύναται να υπάρχουν, αλλά και μελλοντικές ερευνητικές προτάσεις, οι οποίες θα ανοίξουν το δρόμο για την εφαρμογή της δυναμικής γεωμετρίας στην εκπαιδευτική διαδικασία. Είναι σημαντικό να επισημανθεί ότι μέσα από τη μελέτη διαφάνηκε η σημαντικότητα της χρήσης των νέων τεχνολογιών και πιο συγκεκριμένα της δυναμικής γεωμετρίας στην εκπαίδευση των μικρών μαθητών. Συνεπώς πρέπει να αναλογιστούμε τις επιπτώσεις αυτής της πρακτικής και αντίστοιχα να θεσμοθετηθεί και να εφαρμοστεί στο εκπαιδευτικό πλαίσιο μία σειρά ενεργειών που να προωθούν αυτή την πρακτική.

Λέξεις – Κλειδιά: Νέες Τεχνολογίες, Δυναμική Γεωμετρία, Εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση

Abstract

This research work is a bibliographic review of the teaching of geometry in e-learning environments and promotes good practices and new trends as well as prospects for the integration of dynamic geometry into the school environment. In the present paper the first chapter presents the theoretical framework for geometry teaching and Van Hiele levels. More specifically, the researcher presents the importance of geometry as a subject of compulsory education and the difficulty of the students on this. Then, the Van Hiele model, the levels contained in it, and their characteristics are analyzed. In the next chapter, we present a theoretical overview of the teaching of mathematics, and in particular of geometry using the new information and communication technologies. In the third chapter, aiming at the logical sequence of the literature, reference is made to the link between distance learning and mathematics. In more detail, the first sub-chapter presents distance education and e-learning programs, as well as the concept of complementary distance learning at school.

Furthermore, the fourth chapter presents the concept of dynamic geometry by analyzing the development of science, while in the fifth and final chapter are presented the conclusions of the research carried out, as well as the limitations that may exist, as well as future research proposals, which will open the way to apply dynamic geometry to the educational process. It is important to note that the study revealed the importance of the use of new technologies and more specifically of dynamic geometry in the education of small students. Therefore, we must reflect on the implications of this practice and, accordingly, institutionalize and implement in the educational context a series of actions that promote this practice.

Keywords: New Technologies, Dynamic Geometry, Distance Learning

Κατάλογος Εικόνων / Σχημάτων

Εικόνα 1. Μοντέλα ένταξης των ΤΠΕ στην εκπαίδευση.....	33
Εικόνα 2. Παράγοντες επιτυχίας – online learning.....	42
Εικόνα 3: Η σχέση του εμβαδού του παραλληλόγραμμου με τη βάση και το ύψος του.....	53

Συντομογραφίες & Ακρωνύμια

ΕΞΑΕ	Εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση
ΔΕ	Διπλωματική Εργασία
ΤΠΕ	Τεχνολογίες Πληροφοριών και Επικοινωνίας
eL	e-Learning
OLE	Online Learning Environment
ΔΓ	Δυναμική Γεωμετρία

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Θεωρητικό πλαίσιο	11
Εισαγωγή.....	11
1. Η διδασκαλία της Γεωμετρίας και επίπεδα Van Hiele.....	12
1.1 Σημαντικότητα της Γεωμετρίας ως μάθημα της υποχρεωτικής εκπαίδευσης και η δυσκολία που έχουν οι μαθητές σε αυτό.....	12
1.2 Το μοντέλο Van Hiele, τα επίπεδα και τα χαρακτηριστικά των επιπέδων του.....	15
1.3 Οι αλλαγές στο Μοντέλο Van Hiele του Alan Hoffer.	22
2. Διδασκαλία Μαθηματικών και ειδικότερα Γεωμετρίας με χρήση ΤΠΕ.....	24
2.1 Μοντέλα ένταξης των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και των Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση.	30
3. Εξ αποστάσεως εκπαίδευση και Μαθηματικά.....	35
3.1 Εξ αποστάσεως Εκπαίδευση και E-learning και η έννοια της συμπληρωματικής σχολικής ΕξΑΕ.....	35
3.2 Σχολική εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση.....	44
4. Δυναμική Γεωμετρία.....	47
4.1 Ανάπτυξη της επιστήμης της Δυναμικής Γεωμετρίας.	47
4.2 Λογισμικά Δυναμικής Γεωμετρίας	50
4.3 Πρόταση Διδασκαλίας με τη χρήση λογισμικού Δυναμικής Γεωμετρίας.	52
5. Συμπεράσματα	55
5.1 Περιορισμοί της Έρευνας και Μελλοντικές Προτάσεις για έρευνα	58
Βιβλιογραφία.....	60
Παράρτημα.....	76
Παραδείγματα διδασκαλίας γεωμετρικών εννοιών μέσω λογισμικών δυναμικής γεωμετρίας.....	76

ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στη σημερινή εποχή, υφίστανται ποικίλες συνιστώσες που οδηγούν στον επαναπροσδιορισμό της μάθησης. Οι κοινωνικές και οικονομικές αλλαγές, το πρόσφορο έδαφος που καλλιεργούν οι ΤΠΕ, αλλά και η αύξηση των προσδοκιών των μαθητών συνάδουν ότι η εκπαίδευση μπορεί να συμβάλλει στο μέγιστο βαθμό στην ολιστική προσωπική τους καλλιέργεια, στην ενεργή κοινωνικοπολιτική τους συμμετοχή, ως πολίτες, καθώς και στην πρόσβαση τους στην αγορά εργασίας (Kalantzis, Core & Arvanitis, 2011).

Οι ΤΠΕ, όπως είναι γνωστό μπορούν να χρησιμοποιηθούν, τόσο ως ένα εποπτικό μέσο διδασκαλίας, όσο και ως πηγή πληροφόρησης. Συν τοις άλλοις, λειτουργούν ως ένα γόνιμο μαθησιακό περιβάλλον, που με την κατάλληλη διαμεσολάβηση του εκπαιδευτικού, συμβάλλει στην ευρύτερη ανάπτυξη μαθητών και δασκάλων. Η χρήση τους οδηγεί στο μετασχηματισμό του τρόπου που προσλαμβάνεται και επεξεργάζεται η πληροφορία, αλλά και αλλάζουν τους παράγοντες που εμπλέκονται στη μαθησιακή διαδικασία (Prensky, 2004; Hennessy, Harrison & Wamakote, 2010). Το περιβάλλον του υπολογιστή είναι ελκυστικό και ασκεί μια ιδιαίτερη γοητεία σε όλα τα παιδιά. Έτσι, λοιπόν, χρησιμοποιώντας κατάλληλα εκπαιδευτικά λογισμικά και τεχνολογικό υποστηρικτικό υλικό μεγιστοποιείται η πρόσβαση των μαθητών στην εκπαίδευση (Ράπτης & Ράπτη, 1999; Μαστρογιάννης & Τρύπα, 2010).

1. Η ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ ΚΑΙ ΕΠΙΠΕΔΑ VAN HIELE

1.1 Σημαντικότητα της Γεωμετρίας ως μάθημα της υποχρεωτικής εκπαίδευσης και η δυσκολία που έχουν οι μαθητές σε αυτό

Η Γεωμετρία αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα μαθήματα και η επιγραφή “*Μηδείς αγεωμέτρητος εισίτω μοι την θύρα*” στη πύλη της Ακαδημίας του Πλάτωνα παραμένει σημαντική μέχρι και στην σημερινή εποχή από το γεγονός ότι η Γεωμετρία αποτελεί αναπόσπαστο κομμάτι του μαθήματος των Μαθηματικών στην υποχρεωτική εκπαίδευση, τόσο στην Ελλάδα όσο και σε πολλές χώρες του κόσμου (Ζαράνης, 2000). Αξίζει να σημειωθεί πως η Γεωμετρία αποτελεί απαραίτητο εργαλείο του ανθρώπου και μπορεί να αξιοποιηθεί από αυτόν σε Επιστήμες όπως είναι η Αστρονομία, η Γεωγραφία κ.α (Νικολουδάκης, 2009). Μάλιστα ο Πλάτωνας υποστήριζε πως δεν μπορεί να θεωρηθεί ολοκληρωμένος άνθρωπος κάποιος αν δεν ξέρει Γεωμετρία (Ντζιαχρήστος & Κοντογιάννης, 1999).

Σύμφωνα με τους Τζανάκη και Κούρκουλο (2000) η μελέτη της γεωμετρίας βοηθάει στο να επιτευχθούν οι γενικότεροι σκοποί της διδασκαλίας των μαθηματικών, οι οποίοι διακρίνονται σε ελάχιστους και μέγιστους. Στους ελάχιστους ανήκει η παροχή κυρίως πιο απλών πρακτικών γνώσεων όπως είναι η αρίθμηση, η εκτέλεση πράξεων κ.α., ενώ στους μέγιστους περιλαμβάνεται η παροχή μαθηματικής παιδείας με σκοπό να γίνεται κατανοητό πως η γεωμετρία παίζει πρωτεύοντα ρόλο στην υλοποίησή τους. Αξίζει να αναφερθεί πως η παροχή μαθηματικής παιδείας σχετίζεται με το να αποκτήσουν οι μαθητές ενδιαφέρον για την επίλυση προβλημάτων και την απάντηση σύνθετων ερωτημάτων, αναπτύσσοντας δυνατότητες εκτίμησης καταστάσεων, αλλά και ικανότητες σύλληψης, διατύπωσης και εμπειρικής επαλήθευσης εικασιών. Ουσιαστικά η μαθηματική παιδεία παρέχει όλα τα μέσα για να μεριμνήσουν μαθητές για την εμπειρική και νοητική αιτιολόγηση των εικασιών, να μπορέσουν να αρθρώνουν και να ελέγχουν συλλογισμούς, αλλά και να οργανώνονται με ορθολογικό τρόπο διατυπώνοντας με ακρίβεια τη σκέψη τους. Τέλος, μπορούν να αναπτύξουν τη δυνατότητα μοντελοποίησης των καταστάσεων (Ιωάννου και συνεργ., 2010).

Σύμφωνα με τους Φιλίππου και Χρίστου (1995) το περιεχόμενο του αντικειμένου της γεωμετρίας λειτουργεί διευκολυντικά προς την καλλιέργεια της κατώτερης μαθηματικής σκέψης , όπως είναι το να μπορούν να μαθητές να αναγνωρίζουν τα σχήματα καθώς και της ανώτερης μαθηματικής σκέψης. Ως ανώτερη μαθηματική σκέψη ορίζεται η διαδικασία μέσω της οποίας δίνεται η δυνατότητα στους μαθητές να ανακαλύπτουν τις ιδιότητες των σχημάτων, να δημιουργούν γεωμετρικά μοτίβα καθώς και να επιλύουν προβλήματα.

Ο De Moor (2000) πιστεύει ότι η γεωμετρία αποτελεί το συνδετικό κρίκο των υπολοίπων γνωστικών αντικειμένων του αναλυτικού προγράμματος σπουδών μαθηματικών, ενώ διαφοροποιείται ως προς τα άλλα μαθήματα καθώς αντιμετωπίζει με πολυδιάστατο τρόπο κάποια ζητήματα, όπως είναι «η μοντελοποίηση, η οπτικοποίηση, ο συλλογισμός, ο αναστοχασμός αλλά και η εφαρμογή». Επιπροσθέτως η γεωμετρία αποτελεί το μέσο πραγμάτωσης των στόχων των σχολικών μαθηματικών που είναι η επίλυση προβλημάτων, η επικοινωνία αλλά και η ενοποίηση των μαθηματικών (Ιωάννου και συνεργ., 2010).

Η Κολέζα (2000) υποστηρίζει πως είναι πολύ σημαντική η μελέτη της γεωμετρίας διότι δίνει τη δυνατότητα ανάπτυξης τριών ειδών γνωστικών διαδικασιών: «(α) της οπτικοποίησης για την αναπαράσταση αντικειμένων του χώρου, την επεξήγηση μιας πρότασης, τη συστηματική διερεύνηση μιας σύνθετης κατάστασης ή για μία υποκειμενική επαλήθευση και τον έλεγχο κάποιων υποθέσεων, (β) κατασκευής με συγκεκριμένα εργαλεία και υπό συγκεκριμένες συνθήκες και (γ) συλλογισμού.» Οι διαδικασίες αυτές μπορούν να εκτελεστούν είτε ανεξάρτητα η μία από την άλλη, είτε με τη γνωστική συνεργασία τους, η οποία πολλές φορές είναι απαραίτητη για τη γεωμετρική σκέψη.

Ο Van de Walle (2005) υποστηρίζει πως η μελέτη της γεωμετρίας είναι απαραίτητη διότι με τη Γεωμετρία μπορεί να αποκτηθεί μία πιο σφαιρική εκτίμηση του κόσμου ενώ διαδραματίζει και βασικό ρόλο στο σύμπαν όπου οι άνθρωποι συνθέτουν (τέχνη, αρχιτεκτονική κ.α.). Επιπλέον, θεωρεί πως με τις γεωμετρικές διερευνήσεις μπορούν να καλλιεργηθούν δεξιότητες επίλυσης προβλημάτων και συλλογιστικής του χώρου. Επίσης, θεωρεί πως η γεωμετρία παίζει ρόλο-κλειδί στη μελέτη άλλων περιοχών των μαθηματικών αλλά και σε διάφορους επιστημονικούς κλάδους. Τέλος, αποτελεί μία ευχάριστη δραστηριότητα για όσους ασχολούνται ενεργά με αυτήν (Ιωάννου και συνεργ., 2010).

Παρόλα αυτά στο μάθημα της Γεωμετρίας διαχρονικά η πλειοψηφία των μαθητών παρουσιάζει μεγάλη δυσκολία τόσο στην κατανόηση εννοιών όσο και στην εφαρμογή των όσων διδάχθηκαν. Οι μαθητές συναντούν δυσκολίες στην ορολογία, στην αντίληψη του χώρου, στις διάφορες αποδείξεις αλλά και σε πολλά άλλα. Πιο συγκεκριμένα, ακόμα και οι καλύτεροι μαθητές που σε άλλα μαθήματα διαπρέπουν, παρουσιάζουν μειωμένη απόδοση στο μάθημα της Γεωμετρίας (Ζαράνης & Ντζιαχρήστος, 2000).

Αξίζει να σημειωθεί πως η πλειοψηφία των μαθητών το θεωρούν από τα πιο δύσκολα και τα πιο απαιτητικά μαθήματα (Τουμάσης, 2004). Οι περισσότεροι αδυνατούν να κατανοήσουν την αποδεικτική διαδικασία, που χρησιμοποιείται στα προβλήματα της Γεωμετρίας (Ζαράνης & Ντζιαχρήστος, 2000). Η δυσκολία που παρουσιάζουν στο μάθημα της Γεωμετρίας όμως οι μαθητές δεν οφείλεται μόνο στο περιεχόμενο του αλλά και στην μορφή των διδακτικών προσεγγίσεων και ειδικότερα όταν μιλάμε για την παραδοσιακή (δασκαλοκεντρική – διαλεκτική) διδασκαλία η οποία εντείνει την δυσκολία αυτή (Νικολουδάκης, 2009). Οι μαθηματικοί παιδαγωγοί όμως προσπαθούν να κάνουν την Γεωμετρία πιο αρεστή και κατανοητή στους μαθητές με την αναζήτηση εργαλείων, υλικών και στρατηγικών για την βέλτιστη διδασκαλία της (Ντζιαχρήστος & Ζαράνης, 2002).

Σύμφωνα με τα αποτελέσματα παλαιότερων ερευνών στον ελληνικό χώρο (Πόταρη, 1989; Μάκρας & Σαλίχος, 1991; Φιλίππου 1990;1992; Καραγιώργος, Γιαλαμάς & Κασιμάτης, 1996; Κούρκουλος, 1998; Καλδρυμίδου και συνεργάτες,, 2000), μόνο το 25% με 30% των μαθητών που φοιτούν στο δημοτικό σχολείο μπορούν να ανταποκριθούν με επιτυχία σε ερωτήματα που αφορούν τις βασικές μαθηματικές έννοιες συμπεριλαμβανομένων και στοιχειωδών γεωμετρικών εννοιών και μετρήσεων. Τα αίτια αυτών των χαμηλών μαθηματικών επιδόσεων αφορούν κυρίως το περιεχόμενο των αναλυτικών προγραμμάτων σπουδών, τη διδασκαλία, τις διαδικασίες μάθησης που χρησιμοποιούνται, καθώς και το διδακτικό υλικό (Ιωάννου και συνεργ., 2010).

Είναι πολύ σημαντικό να σημειωθεί πως τα μαθηματικά ως γνωστικό αντικείμενο διαθέτουν εγγενή χαρακτηριστικά τα οποία μπορούν, αν δεν ληφθούν υπόψη, κατά τη διδασκαλία να αποτελέσουν πηγή δυσκολιών μάθησης (Αγαλιώτης, 2000). Επίσης, ο μαθηματικός κώδικας επικοινωνίας που περιλαμβάνει τους όρους, τα σύμβολα, τον υψηλό

βαθμό αφαίρεσης των μαθηματικών εκφράσεων που απαιτούνται για τους ορισμούς και τη συγκεκριμενοποίηση καταστάσεων και αντικειμένων μπορεί να δυσκολέψει ιδιαίτερα τους μαθητές. Επιπροσθέτως, οι μαθητές πολλές φορές δυσκολεύονται στον τρόπο αναπαράστασης της μαθηματικής γνώσης. Η μάθηση με κατανόηση είναι εφικτή όταν το παιδί επιδεικνύει πραξιακή, εικονιστική και συμβολική γνώση των μαθηματικών εννοιών και διαδικασιών.

Οι Χρονάκη και Δημουλά (2005) μελέτησαν τον τρόπο και το βαθμό που κατά τον οποίο κατανοούν οι μαθητές της πρώτης τάξης του Δημοτικού Σχολείου την έννοια του τριγώνου και κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι οι μαθητές δυσκολεύονται να κατανοήσουν το διαφορετικό, όσον αφορά τη γεωμετρική οντότητα του τριγώνου. Με άλλα λόγια δυσκολεύονται σε μεγάλο βαθμό να απεικονίσουν άλλα είδη τριγώνων γεγονός που έχει άμεση σχέση με τη διαθεσιμότητα και την ευχέρεια στο να χειριστούν πολλαπλές αναπαραστάσεις οι χωρικές εικόνες που σχετίζονται με τα τρίγωνα. *«Τα τρίγωνα στο μυαλό των παιδιών αλλά και στο περιβάλλον συνήθως απεικονίζονται μονοσήμαντα και στερεότυπα και οι πλέον συνηθισμένες εικόνες είναι αυτές των ισοσκελών και των ισόπλευρων... Αυτό συντελεί στην ταύτιση του ισόπλευρου τριγώνου με την έννοια του τριγώνου»* (Van de Walle, 2005; Ιωάννου και συνεργ., 2010).

1.2 Το μοντέλο Van Hiele, τα επίπεδα και τα χαρακτηριστικά των επιπέδων του.

Η θεωρία van Hiele αναπτύχθηκε από τους Pierre van Hiele και Dina van Hiele-Geldof στη δεκαετία του 1950 (Usiskin, 1982). Παράλληλα, ο Jean Piaget ανέπτυξε ένα πλαίσιο για τη γεωμετρική σκέψη, αλλά απέδειξε ότι είναι λιγότερο αποτελεσματικό από τα επίπεδα van Hiele (Pusey, 2003). Οι Burger και Shaughnessy (1986) μας πληροφορούν ότι ο van Hiele φαινόταν να αισθάνεται ότι οι μαθητές τους πέρασαν από διάφορα στάδια ή επίπεδα λογικής σχετικά με τις γεωμετρικές έννοιες. Χρησιμοποιώντας τις δικές τους εμπειρίες, ανέπτυξαν τη θεωρία πέντε επιπέδων για τη γεωμετρική σκέψη και κατανόηση. Η δουλειά τους θεωρείται μια από τις σημαντικότερες θεωρίες για τη διδασκαλία και την εκμάθηση της γεωμετρίας σε επίπεδο γυμνασίου από το Yazdani (2008) (Ιωάννου και συνεργ., 2010).

Οι Ζαράνης & Ντζιαχρήστος (2000) αναφέρουν πως το μοντέλο Van Hiele υποστηρίζει: *«ότι η πρόοδος των μαθητών επιτυγχάνεται μέσα από τη σταδιακή ανάπτυξη της*

κατανόησης των εννοιών, κατά τη διάρκεια της μάθησης» (Ζαράνης & Ντζιαχρήστος, 2000). Επίσης, ο ίδιος αναφέρει ότι το Μοντέλο Van Hiele παρουσίασε την πιο αξιόλογη προσπάθεια να γίνουν κατανοητά τα προβλήματα που παρουσιάζει η μάθηση της Γεωμετρίας για τους μαθητές.

Η θεωρία της γεωμετρικής σκέψης του van Hiele (Hoffer, 1983; Van Hiele, 1986) περιγράφει τους τρόπους σκέψης των μαθητών στην ευκλείδεια γεωμετρία. Προέρχεται από τη διατριβή του Αριστοτέλη, σύμφωνα με την οποία όλα όσα υπάρχουν, κατασκευάζονται με τη μορφή ταξινόμιας (Perdikaris, 2011). Αυτή η θεωρία μπορεί να θεωρηθεί μια Hegelian φαινομενολογία αφού εξετάζει τα διαφορετικά επίπεδα εκδήλωσης της νοημοσύνης στην επιστημολογική οδό προς τη γνώση. Η γνωστική της δραστηριότητα χαρακτηρίζεται από πέντε ιεραρχικά και ποιοτικά διαφορετικά επίπεδα στην ανάπτυξη της γεωμετρικής σκέψης των μαθητών. Ένα υψηλότερο επίπεδο συνεπάγεται τη γνώση που ήταν σαφής σε οποιοδήποτε κατώτερο επίπεδο και περιέχει κάποια επιπλέον γνώση που ήταν σιωπηρή στα χαμηλότερα επίπεδα. Αυτή είναι η διαδικασία του Johann Herbart για την αφομοίωση της νέας γνώσης στην παλιά γνώση, που σημαίνει ότι το άγνωστο είναι κατανοητό από την άποψη της γνωστής. Κάθε επίπεδο εμφανίζεται ως ένα μετεωρολογικό της προηγούμενης επειδή η προφορική ανάγνωση του τρόπου μάθησης σε ένα επίπεδο γίνεται το θέμα στο επόμενο επίπεδο. Αυτό το επαγωγικό χαρακτηριστικό των επιπέδων εξαρτάται από την εμφάνιση νέων γεωμετρικών εννοιών και ορισμών και οι μεταβάσεις μεταξύ επιπέδων συμβαίνουν υπό την επίδραση της γλώσσας, του γεωμετρικού περιεχομένου και των μεθόδων διδασκαλίας.

Σύμφωνα με τον Van Hiele (1986), τα επίπεδα είναι ασυνεπή (διακριτά), δηλαδή υπάρχει έλλειψη συνοχής μεταξύ των δομών (δικτύων σχέσεων) των επιπέδων. Αυτό σημαίνει ότι τα επίπεδα είναι ξεχωριστά το ένα από το άλλο και η μετάβαση ενός επιπέδου στο επόμενο δεν είναι βαθμιαία αλλά απότομη. Ένας αριθμός ερευνητών έχουν επικεντρωθεί σε αυτό το αξίωμα του van Hiele, αλλά δεν το έχουν καταφέρει να το επιβεβαιώσουν.

Τα επίπεδα Van Hiele είναι τα εξής: (Ντζιαχρήστος & Κολέζα, 1990; Φιλίππου & Χρίστου, 1995; Mason, 2009; Knight, 2006; McIntyre, 2017; Karakuş & Peker, 2015).

Επίπεδο 1: Αναγνώριση ή Οπτικοποίηση (Visualization) - Το πρώτο ή βασικό επίπεδο.

Σε αυτό το επίπεδο τα σχήματα αναγνωρίζονται ως ολότητα. Τα παιδιά σε αυτό το επίπεδο δεν ξεχωρίζουν τα χαρακτηριστικά του κάθε σχήματος, τις ιδιότητες αλλά και τις σχέσεις μεταξύ των σχημάτων. Κάθε σχήμα σε αυτό το επίπεδο μοιάζει στους μαθητές τελείως διαφορετικό από τα άλλα. Ουσιαστικά αυτός είναι ο τύπος όπου ο εκπαιδευόμενος μπορεί να μάθει ονόματα μορφών και αναγνωρίζει ένα σχήμα στο σύνολό του, π.χ. τα τετράγωνα και τα ορθογώνια φαίνεται να είναι διαφορετικά. Αυτό θα παρατηρήθηκε από έναν δάσκαλο ως εκπαιδευόμενο που αναγνωρίζει σχήμα που σχετίζεται με ένα πραγματικό αντικείμενο. Ο εκπαιδευόμενος μπορεί να αναγνωρίσει ένα τετράγωνο αφού μοιάζει με μια θήκη CD ή το δεδομένο σχήμα είναι ένας κύκλος αφού μοιάζει με ένα CD ή ακόμα και ένα τρίγωνο ως βουνό. Είναι σημαντικό να θυμόμαστε ότι πρόκειται για μια καθαρά οπτική ικανότητα χωρίς καμία επαγωγική ή επαγωγική ικανότητα.

Επίπεδο 2: Ανάλυση (Analysis)

Μόλις ο εκπαιδευόμενος προχωρήσει από το Επίπεδο 1 στο Επίπεδο 2, θα είναι σε θέση να προσδιορίσει τις ιδιότητες των αριθμών, π.χ. τα ορθογώνια έχουν τέσσερις ορθές γωνίες, οι κύκλοι δεν έχουν ορθές γωνίες ή άλλες ιδιότητες των σχημάτων. Ο μαθητής έχει τις ιδέες των ακινήτων. Ωστόσο, είναι απομονωμένοι. Αυτό σημαίνει ότι δεν θα υπάρξουν σχέσεις μεταξύ του γεγονότος ότι ένα τετράγωνο και ένα ορθογώνιο έχουν και τα δύο τέσσερις ορθές γωνίες. Η αναγνώριση των σχημάτων λαμβάνεται τώρα ως γνωστή δεξιότητα που αναπτύσσεται. Σε αυτό το επίπεδο ο μαθητής ξεκινά να ξεχωρίζει τα στοιχεία που διαμορφώνουν ένα σχήμα και σχέσεις μεταξύ των διαφόρων σχημάτων. Επίσης ο μαθητής είναι ικανός σε αυτό το επίπεδο να ανακαλύπτει με διάφορους τρόπους τις ιδιότητες του εκάστοτε σχήματος χωρίς όμως να μπορεί να τις δώσει ως έναν τυπικό ορισμό. Τέλος ο μαθητής αναγνωρίζει σχήματα μέσα από τις ιδιότητές τους, όμως δεν μπορεί να τις συνδέσει με παρόμοιες ιδιότητες άλλου σχήματος.

Επίπεδο 3: Άτυπη Αφαίρεση (Informal deduction) ή Διάταξη – Ταξινόμηση (Ordering)

Ο μαθητής όντας σε αυτό το επίπεδο κατανοεί σχέσεις μεταξύ ιδιοτήτων του ίδιου του σχήματος αλλά και σε σχέση με άλλα σχήματα. Αρχίζει επίσης να καταλαβαίνει την έννοια του ορισμού και αντιλαμβάνεται ότι κάποιες ιδιότητες είναι συνέπειες άλλων.

Όσον αφορά την επαγωγή εξαρτάται ακόμα από τη βοήθεια του δασκάλου του ή του σχολικού εγχειριδίου γιατί δεν έχει καταλάβει εξ' ολοκλήρου την έννοιά της. Πάραυτα μέσα από τον πειραματισμό του καταφέρνει την εδραίωση ιδιοτήτων και αναγνωρίζει σχήματα ως ειδικές κατηγορίες άλλων.

Μόλις επιτευχθεί, ο εκπαιδευόμενος μπορεί λογικά να παραγγείλει μορφές και σχέσεις, αλλά δεν λειτουργεί μέσα σε ένα μαθηματικό σύστημα. Αυτό σημαίνει ότι μπορεί να ακολουθηθεί απλή αφαίρεση, αλλά η απόδειξη δεν είναι κατανοητή. Οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ των σχημάτων είναι πλέον πραγματικότητα, για παράδειγμα, τοποθετώντας δύο περιπτώσεις CD μαζί (δύο τετράγωνα) για να σχηματίσουν ένα ορθογώνιο. Επομένως, εάν το ορθογώνιο είναι κατασκευασμένο από τετράγωνα, μπορεί να υπάρχει διασύνδεση ιδιοτήτων. Αυτό είναι επίσης ένα πολύ σημαντικό στάδιο, δεδομένου ότι είναι η αρχή των δειγματοληψιών. Ωστόσο, πρόκειται για άτυπη έκπτωση. Η άτυπη αφαίρεση σημαίνει ότι ο εκπαιδευόμενος μπορεί να χρησιμοποιήσει τις ιδιότητες των σχημάτων ή άλλων γεωμετρικών εννοιών και να τους ενώσει. Αυτό δεν θα έχει τη μορφή κατανομής στη στήλη "Δήλωση-Λόγος". Ωστόσο, εξακολουθεί να είναι ένα πολύ σημαντικό επίπεδο για να επιτευχθεί, καθώς χωρίς αυτό, δεν υπάρχει έκθεση στην αφαίρεση και η ένωση ιδεών μαζί για να αποκτήσουν άλλες πληροφορίες. Ο εκπαιδευόμενος μπορεί να είναι σε θέση να ακολουθήσει μια δεδομένη απόδειξη, αλλά δεν θα είναι σε θέση να το γράψει και να το διαρθρώσει.

Επίπεδο 4: Τυπική Αφαίρεση (Formal deduction)

Αυτός είναι ο τύπος όπου λαμβάνει χώρα επίσημη έκπτωση και ο μαθητής κατανοεί τη σημασία της αφαίρεσης και τους ρόλους των αξιών, των θεωρημάτων και των αποδείξεων, δηλαδή τα αποδεικτικά μπορούν να γραφτούν με κατανόηση. Αυτό σημαίνει ότι ο εκπαιδευόμενος πρέπει να είναι σε θέση να διαρθρώνει και να γράφει επίσημες αποδείξεις στη μορφή δήλωσης-αιτιολογίας. Μέχρι τη λήξη του Βαθμού 12, θα πρέπει να έχουν επιτύχει το Επίπεδο 4 (Αφαίρεση). Αυτό έχει ως δεδομένο ότι το επόμενο επίπεδο βασίζεται σε μετα-μαθηματικά μαθηματικά μαθήματα.

Ο μαθητής σε αυτό το επίπεδο κατανοεί την έννοια της επαγωγής. Καταλαβαίνει και διαχωρίζει τους ρόλους των αξιωμάτων, των ορισμών και των θεωρημάτων. Παράλληλα αναγνωρίζει ότι κάποιες έννοιες και προτάσεις είναι λογική συνέχεια ή λογικό

επακόλουθο άλλων και επίσης καταλαβαίνει πως δομείται μια απόδειξη με λογική σκέψη. Είναι το επίπεδο της χρήσης αξιωμάτων ως βάσης για την ανάπτυξη θεωριών της Γεωμετρίας.

Επίπεδο 5: Αυστηρότητα (Rigour)

Το ανώτερο επίπεδο που μπορεί να φτάσει ένας μαθητής σε σχέση με την Γεωμετρία όσον αφορά την σκέψη. Στο επίπεδο αυτό ο μαθητής όχι μόνο κατανοεί την σημαντικότητα της ακρίβειας σε ότι έχει σχέση με την Γεωμετρία αλλά είναι πλέον σε θέση να λειτουργεί αφαιρετικά και να αναπτύσσει θεωρία χωρίς αναφορές σε πολύ συγκεκριμένα στοιχεία.

Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, ο εκπαιδευόμενος κατανοεί την αναγκαιότητα αυστηρότητας και μπορεί να κάνει αφηρημένες εκπτώσεις. Ο εκπαιδευόμενος μπορεί να αμφισβητήσει τα αξιώματα, καθώς στο σύστημα στο οποίο χρησιμοποιούνται τα αξιώματα, αυτά τα αξιώματα μπορούν να σπάσουν. Ένα παράδειγμα αυτού θα είναι το αξίωμα για το άθροισμα των γωνιών σε ένα τρίγωνο που ισούται με 180° . Αυτό ισχύει αν κοιτάξουμε την πλανητική γεωμετρία. Ωστόσο, δεν ισχύει αν χρησιμοποιούμε σφαιρική γεωμετρία. Επομένως, η μη-Ευκλείδεια γεωμετρία μπορεί να γίνει κατανοητή.

Οι Van Hiele έπειτα από συνεχείς παρατηρήσεις κατέληξαν στα εξής συμπεράσματα για τα επίπεδα τα οποία είναι τα εξής (Ντζιαχρήστος & Κολέζα, 1990).

- Υπάρχει ιεράρχηση στα επίπεδα και η ενασχόληση με ένα επίπεδο προϋποθέτει την ολοκλήρωση του προηγούμενου.
- Σε ένα προηγούμενο επίπεδο κάποιες έννοιες μπορεί να υπάρχουν σε λανθάνουσα μορφή και να γίνονται πλήρως κατανοητές στο επόμενο.
- Κάθε επίπεδο έχει δική του γλώσσα, σύμβολα και σχέσεις μεταξύ των συμβόλων αυτών.
- Δύο άτομα διαφορετικών επιπέδων έχουν προβλήματα σε θέματα επικοινωνίας και αλληλοκατανόησης.

Ο Van Hiele προτείνει πέντε φάσεις στην οργάνωση της διδασκαλίας, δεδομένου των πέντε επιπέδων του (Dimakos & Zaranis, 2010). Οι φάσεις παρουσιάζονται ως εξής (Van Hiele, 2005):

- Πληροφόρηση (Information) : Πρώτη αναγνωριστική επαφή με το αντικείμενο.
- Εξερεύνηση υπό συνθήκες (Bound orientation or exploration): Συγκεκριμένες δραστηριότητες για συγκεκριμένα μαθησιακά αποτελέσματα.
- Έκφραση – Ανάλυση (Expliciation) : Εκμάθηση της κατάλληλης γλώσσας για την περιγραφή διαφόρων εννοιών.
- Ελεύθερος Προσανατολισμός (Free Orientation) : Περιήγηση και εξερεύνηση του πεδίου με ελεύθερο τρόπο.
- Ολοκλήρωση (Intergration) : Κατάκτηση της γνώσης και ενσωμάτωση της στις ήδη υπάρχουσες.

Παρόλο που ο Pierre van Hiele και η Dina van Hiele-Geldof είχαν αρχικά επισημάνει τα επίπεδα από το μηδέν έως το επίπεδο τέσσερα, ο Wirszur (1976) ήταν ο πρώτος που τα ονόμαζε να είναι τα επίπεδα ένα έως πέντε. Αυτό άνοιξε την πόρτα για τους Clements και Battista (1990) για να εισαγάγουν αυτό που ονόμαζαν το επίπεδο προ-αναγνώρισης. Αυτό είναι ένα επίπεδο γεωμετρικής σκέψης που θα ταιριάζει πριν από το πρώτο παραδοσιακό επίπεδο van Hiele. Αυτό θα μπορούσε να χαρακτηριστεί από το γεγονός ότι ο εκπαιδευόμενος δεν είναι σε θέση να αναγνωρίσει τις καθημερινές μορφές. Τα πέντε επίπεδα παρουσιάζονται παρακάτω και ένα παράδειγμα του πώς η γεωμετρική σκέψη θα πάρει μορφή έχει περιληφθεί στις περιγραφές. Αυτοί οι ορισμοί και οι ιδέες για τα επίπεδα προέρχονται από τους Usiskin (1982), Fuys, Geddes & Tischler (1988), van Hiele & van Hiele-Geldof, D. (1958).

Οι van Hiele προσδιόρισαν, επίσης, πέντε ιδιότητες ή χαρακτηριστικά των επιπέδων που ονομάστηκαν και περιγράφηκαν αργότερα από τον Usiskin (1982, σελ. 5). Η πρώτη ιδιότητα είναι ότι τα επίπεδα van Hiele έχουν μια "σταθερή ακολουθία", δηλαδή ένας μαθητής δεν μπορεί να βρίσκεται σε ένα επίπεδο χωρίς να έχει περάσει από το επίπεδο $n-1$. Αυτό σημαίνει ότι ο εκπαιδευόμενος δεν θα μπορεί να μετακινηθεί από το Επίπεδο 1 (Αναγνώριση) κατευθείαν στο Επίπεδο 3 (Τάξη) ή Επίπεδο 4 (Αφαίρεση) χωρίς να καταλάβει πρώτα το Επίπεδο 2 (Ανάλυση).

Ομοίως, η επόμενη ιδιότητα είναι ότι τα επίπεδα Van Hiele έχουν "γεινίαση" που σημαίνει ότι σε κάθε επίπεδο σκέψης, αυτό που είναι εγγενές στο προηγούμενο επίπεδο γίνεται εξωγενές στο τρέχον επίπεδο. Η τρίτη ιδιότητα είναι ότι υπάρχει "διάκριση" μεταξύ των επιπέδων, που σημαίνει ότι κάθε επίπεδο έχει τα δικά του γλωσσικά σύμβολα και το δικό του δίκτυο σχέσεων που συνδέει αυτά τα σύμβολα. Αυτό σημαίνει ότι καθώς οι βαθμοί του σχολείου και τα επίπεδα van Hiele αυξάνονται, η αναγκαιότητα επίσημης μαθηματικής γραφής γίνεται πιο εμφανής. Η επόμενη ιδιότητα είναι ότι υπάρχει "διαχωρισμός" μεταξύ διαφορετικών επιπέδων, δηλαδή δύο άτομα που σκέφτονται σε διαφορετικά επίπεδα δεν μπορούν να καταλάβουν ο ένας τον άλλον.

Εάν δύο άτομα προσπαθούν να επικοινωνήσουν και ένα μέρος είναι σε ένα επίπεδο και το άλλο μέρος βρίσκεται σε άλλο επίπεδο, τα μέσα επικοινωνίας θα είναι διαφορετικά (προκαλώντας δυσκολία). Τα δύο μέρη θα μπορούσαν να είναι δάσκαλοι και μαθητευόμενοι, ένα βιβλίο και ένας μαθητευόμενος, ή ακόμα και δύο μαθητές. Τέλος, η τελευταία ιδιότητα είναι ότι το "επίτευγμα" των επιπέδων Van Hiele θα συμβεί μόνο μέσω της επίτευξης πέντε φάσεων, δηλαδή της έρευνας, του κατευθυνόμενου προσανατολισμού, της εξήγησης, του ελεύθερου προσανατολισμού και της ολοκλήρωσης. Τα επίπεδα van Hiele είναι ένα δημοφιλές πλαίσιο που χρησιμοποιείται στην τάξη για τη μέτρηση της γεωμετρικής σκέψης σε μαθητές ή / και εκπαιδευτικούς (Jones, 1998). Ωστόσο, η χρήση του επιπέδου van Hiele για την ανάλυση ενός εγχειριδίου είναι πολύ λιγότερο συνηθισμένη. Υπάρχει μεγάλη βιβλιογραφία για τα οφέλη των επιπέδων Van Hiele, αλλά υπάρχει και λογοτεχνία που αποθαρρύνει τη χρήση του για τους σκοπούς της ανάλυσης σχολικών βιβλίων και μάλιστα για την εξάλειψη μερικών από τα χαρακτηριστικά του (Gutiérrez & Jaime, 1998; Bowie, 2015). Υπάρχει ακόμη και η βιβλιογραφία που υποδηλώνει ότι το μοντέλο πέντε επιπέδων Van Hiele πρέπει να συμπυκνωθεί σε ένα μοντέλο τριών επιπέδων.

Μια από τις πρώτες εφαρμογές των επιπέδων van Hiele ήταν στο σοβιετικό πρόγραμμα σπουδών. Χρησιμοποιώντας τα επίπεδα van Hiele, αναθεώρησαν ριζικά το πρόγραμμα σπουδών γεωμετρίας τους για να ακολουθήσουν πιο στενά τα επίπεδα van Hiele (Fuys, Geddes, και Tischler, 1988). Συγκριτικά, μία από τις πρώτες σπουδαιότερες μελέτες που

έγιναν με τη χρήση των επιπέδων van Hiele ήταν ο Usiskin (1982) και η ομάδα του έργου Cognitive Development and Achievement in Geometry Secondary School (CDASSG).

1.3 Οι αλλαγές στο Μοντέλο Van Hiele του Alan Hoffer.

Ο Alan Hoffer τα επόμενα χρόνια πρότεινε κάποιες ικανότητες που θα έπρεπε να αναπτυχθούν από τους μαθητές, συνεχίζοντας το έργο των Van Hiele (Ντζιαχρήστος & Ζαράνης, 2001). *“Πολλές φορές είναι σημαντικότερο να σχεδιάσει ο μαθητής ένα γεωμετρικό αντικείμενο, παρά να αποδείξει ένα θεώρημα. Στη μέση εκπαίδευση δίνεται έμφαση στις ‘τυπικές’ αποδείξεις, με αποτέλεσμα να ελαχιστοποιείται η δυνατότητα για την ανάπτυξη άλλων γεωμετρικών δεξιοτήτων”* (Hoffer, 1983). Ο Allan Hoffer πρότεινε πέντε βασικές δεξιότητες – ικανότητες για να καλύψει το κενό που αφήνει η συμβατική διδασκαλία σε ότι αφορά την ανάπτυξη των γεωμετρικών δεξιοτήτων των μαθητών και είναι οι εξής όπως ακριβώς παρουσιάζονται σε άρθρο των Ντζιαχρήστου και Ζαράνη συνοπτικά (2000) :

1. Οπτικές ικανότητες

Η Γεωμετρία εξετάζει σε πρώτο στάδιο τα αντικείμενα, με τα οποία ασχολείται, από την οπτική πλευρά. Όμως, πολύ συχνά απαιτείται η απόδειξη θεωρημάτων, που κατορθώνεται συνδυάζοντας με τη λογική απλά «οπτικά στοιχεία».

2. Λεκτικές ικανότητες

Η Γεωμετρία έχει πάρα πολλούς ορισμούς, αξιώματα, θεωρήματα τα οποία καλούνται οι μαθητές να μάθουν και να χρησιμοποιούν. Επίσης, τα παιδιά τροφοδοτούνται με ασκήσεις, όπου χρειάζεται να επινοήσουν και να διατυπώσουν τη δική τους απόδειξη.

3. Ικανότητες Σχεδίασης

Η Γεωμετρία βοηθάει τους μαθητές να εκφράσουν τις ιδέες τους με σχήματα. Οι δεξιότητες σχεδίασης βοηθούν τους μαθητές να κατανοήσουν καλύτερα τις Γεωμετρικές σχέσεις.

4. Λογικές Ικανότητες

Κατά την επίλυση ασκήσεων Γεωμετρίας, οι μαθητές προσπαθούν να αναλύσουν το πρόβλημα και να αναγνωρίσουν αν κάποια υπόθεση είναι «αληθής» ή «ψευδής». Επίσης, ανάλογα με το επίπεδο που βρίσκονται οι μαθητές οφείλουν, να συνειδητοποιούν, ότι υπάρχουν διαφορές και ομοιότητες ανάμεσα στα σχήματα, να κατανοούν ότι αυτά μπορούν να ομαδοποιηθούν σε διάφορες κατηγορίες, να αντιλαμβάνονται τα πλεονεκτήματα ενός καλού ορισμού, να χρησιμοποιούν κανόνες της λογικής για να κατασκευάζουν αποδείξεις και τέλος να αντιλαμβάνονται τα όρια και τις δυνατότητες αξιωμάτων και θεωρημάτων.

5. Ικανότητες Εφαρμογής

Οι μαθητές ανάλογα με το επίπεδο που βρίσκονται, πρέπει να αναγνωρίζουν γεωμετρικά σχήματα σε αντικείμενα της πραγματικής ζωής, να αντιλαμβάνονται τις γεωμετρικές ιδιότητες φυσικών αντικειμένων, να μπορούν να συμπεραίνουν ιδιότητες αντικειμένων από μια πληροφορία και τέλος να έχουν τη δυνατότητα να χρησιμοποιούν μαθηματικά μοντέλα για να αναπαραστήσουν αφηρημένα σχήματα. (σελίδα 59) (Ντζιαχρήστος & Ζαράνης, 2001)

2. ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΕΙΔΙΚΟΤΕΡΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ ΜΕ ΧΡΗΣΗ ΤΠΕ.

Οι Νέες Τεχνολογίες αλλάζουν τα μέχρι τώρα δεδομένα και την καθησθηκυία τάξη πραγμάτων, καθώς προκαλούν την ανατροπή του υπάρχοντος τρόπου παραγωγής και μετάδοσης της γνώσης. Συν τοις άλλοις, η εργασία, η καθημερινότητα, οι δομές της κοινωνίας, ο ελεύθερος χρόνος και κυρίως εκπαιδευτική διαδικασία, υπόκεινται σε αλλαγές. Ειδικά, η εκπαίδευση πρέπει να επαναπροσδιορίσει το περιεχόμενο και το ρόλο της.

Δεδομένης της σημασίας της τεχνολογίας, είναι αδιαμφισβήτητο ότι η απουσία τεχνολογικών δεξιοτήτων και ικανοτήτων οδηγεί στον ψηφιακό αναλφαβητισμό. Αυτό στη σημερινή κοινωνία ισούται με λειτουργικό αναλφαβητισμό και ελλοχεύει ο κίνδυνος της κοινωνικής περιθωριοποίησης των ατόμων (Κελπανίδης & Βρυνηώτη 2004). Επίσης, είναι σημαντικό να επισημανθεί ότι υφίσταται ένα ψηφιακό χάσμα ανάμεσα στη σύγχρονη γενιά και στις προηγούμενες, αφού και οι μαθητές σήμερα κοινωνικοποιούνται με εντελώς διαφορετικό τρόπο από τους γονείς και τους προγόνους τους (Jukes & Dosaj, 2005; Prensky, 2004). Αυτό δημιουργεί αρκετά προβλήματα αφού και πολλοί εκπαιδευτικοί υστερούν συχνά ακόμα και στις υποτυπώδεις, βασικές δεξιότητες χειρισμού των ηλεκτρονικών υπολογιστών (Tenbusch, 1998) και ως εκ τούτου είναι απαραίτητη η ενίσχυση και η επιμόρφωσή τους στη χρήση των Νέων Τεχνολογιών της Πληροφορίας (McKenzie, 1994).

Σήμερα, με στόχο την πρόσβαση στην πληροφορία, εισάγεται η έννοια της Εκπαιδευτικής Τεχνολογίας (ΕΤ). Οι ρίζες της ξεκινούν από την ενσωμάτωση και την ένταξη στην εκπαιδευτική διαδικασία τεχνολογικών εργαλείων και συσκευών, όπως είναι ο ηλεκτρονικός υπολογιστής (Σολομωνίδου, 1999). Τα τεχνολογικά μέσα, σύμφωνα με τον Φλουρή (1989 στο Μαρκαντώνης, 2007) ενώνουν την επιστημονικοποίηση της μάθησης, με την τέχνη της διδασκαλίας, για την παροχή καλύτερων ποιοτικά εκπαιδευτικών μεθοδολογιών και τη μεγιστοποίηση της σχολικής επίδοσης και απόδοσης του μαθητή, αναφορικά με την εξατομικευμένη όσο και την ομαδική διδασκαλία.

Οι ΤΠΕ, όπως είναι γνωστό μπορούν να χρησιμοποιηθούν, τόσο ως ένα εποπτικό μέσο διδασκαλίας, όσο και ως πηγή πληροφόρησης. Συν τοις άλλοις, λειτουργούν ως ένα

γόνιμο μαθησιακό περιβάλλον, που με την κατάλληλη διαμεσολάβηση του εκπαιδευτικού, συμβάλλει στην ευρύτερη ανάπτυξη μαθητών και δασκάλων. Τέλος, παρέχει ένα πρόσφορο έδαφος για την εφαρμογή πολλών σύγχρονων παιδαγωγικών αρχών, που δεν ευδοκιμούν στο περιβάλλον της παραδοσιακής τάξης.

Η μάθηση συντελείται μέσα σε ένα κοινωνικό πλαίσιο, που παρέχει τα εργαλεία της γνώσης. Η αλληλεπίδραση μεταξύ μαθητών και μαθητών εκπαιδευτικών αποτελεί το κύριο συστατικό της μαθησιακής διαδικασίας. Οι νέες τεχνολογίες παρέχουν πολλές δυνατότητες για τη δημιουργία περιβαλλόντων μάθησης. Ο υπολογιστής, ως πηγή πληροφόρησης και επικοινωνίας, ευνοεί την εξατομικευμένη και διαφοροποιημένη διδασκαλία, μιας και συμβάλλει στο να προσαρμόζεται η διδασκαλία στους ρυθμούς μάθησης και τα ενδιαφέροντα του κάθε μαθητή. Επίσης, παρακινούνται και οι «αδύναμοι» μαθητές αντίθετα με το συμβατικό μοντέλο εκπαίδευσης. Ακόμα, υπάρχει μια αμοιβαία αλληλεπίδραση μεταξύ μαθητή και υπολογιστή και ενώ φαίνεται να περιορίζεται, από μία οπτική, ο ρόλος του εκπαιδευτικού, από την άλλη πλευρά ενισχύεται ο έλεγχος της μαθησιακής διαδικασίας από τους ίδιους τους μαθητές. Τέλος, μέσω των Νέων Τεχνολογιών οι μαθητές πειραματίζονται και καλλιεργούν ένα μεθοδικό και επιστημονικό τρόπο σκέψης.

Τα εκπαιδευτικά συστήματα των ανεπτυγμένων χωρών χρησιμοποιούν τις Νέες Τεχνολογίες ως μοχλό ανάπτυξης και προόδου (Μπουραντάς, 2005), εντάσσοντας αυτές με σωστό τρόπο στο σχολικό πρόγραμμα. Οι αλλαγές που επιφέρουν οι ΤΠΕ σε όλες τις πτυχές της καθημερινότητας, έχουν παράλληλα σημαντικές επιπτώσεις στη λειτουργία του σχολείου. Η χρήση τους οδηγεί στο μετασχηματισμό του τρόπου που προσλαμβάνεται και επεξεργάζεται η πληροφορία, αλλά και αλλάζουν τους παράγοντες που εμπλέκονται στη μαθησιακή διαδικασία (Prensky, 2004).

Οι μαθητές, βιώνοντας την ενδιαφέρουσα γι' αυτούς άτυπη εξωσχολική γνώση και εμπειρία και την τυπική φορμαλιστική σχολική γνώση, ζουν μέσα σε μια αντιφατική και δυσνόητη εκπαιδευτική πραγματικότητα. Οι μαθητές επιζητούν την παράλληλη και πολλαπλή πληροφορία από γρήγορες και πολυμεσικές πηγές, με εικόνες, ήχους και βίντεο, και τη μάθηση επίκαιρης γνώσης, αλληλοδραστικής, άμεσα διασκεδαστικής και παρέχουσας ικανοποίηση.

Αντίθετα, το σχολείο και οι εκπαιδευτικοί προσφέρουν στους μαθητές διδασκαλία με αργούς ρυθμούς και από περιορισμένες πηγές. Πληροφορίες σε μονοσήμαντη κειμενική μορφή, μια γνώση γραμμική, ανεπίκαιρη, τυποποιημένη για ατομική επεξεργασία και υποσχόμενη μελλοντική χρησιμότητα και απόλαυση (Jukes & Dosaj, 2005). Έτσι, το σχολείο αργά και σταθερά απαξιώνεται στη συνείδηση των μαθητών και το θεωρούν αποστασιοποιημένο από το σύγχρονο κοινωνικό γίγνεσθαι.

Παρόλα αυτά, όπως αναφέρει ο Postman πρέπει να έχουμε κατά νου ότι *«Είμαστε ένας πολιτισμός που αυτοαναλώνεται με πληροφορίες και πολλοί από μας δεν αναρωτιούνται καν πώς να ελέγξουν τη διαδικασία. Προχωρούμε με την υπόθεση ότι η πληροφόρηση είναι φίλος μας πιστεύοντας ότι οι πολιτισμοί μπορεί να υποφέρουν πάρα πολύ από έλλειψη πληροφόρησης, από την οποία όντως υποφέρουν. Μόλις τώρα αρχίζει να γίνεται κατανοητό ότι οι πολιτισμοί μπορεί να υποφέρουν και μάλιστα οδυνηρά από την πλημμυρίδα των πληροφοριών, από πληροφορίες χωρίς νόημα. Πληροφορίες χωρίς μηχανισμούς ελέγχου»* (Postman, 1999).

Ο κόσμος στον οποίο ζούμε μεταβάλλεται συνεχώς με την ανάπτυξη της τεχνολογίας. Η τάση ανάπτυξης που αντιμετωπίζουμε είναι τόσο έντονη, ταυτόχρονα με τη συνεχή αύξηση των νέων τεχνολογιών κάθε λίγα χρόνια. Είναι αδύνατο να προβλέψουμε ποια θα είναι η κατεύθυνση της ανάπτυξης στο μέλλον, αλλά είναι βέβαιο ότι θα πρέπει να προσαρμόσουμε και να μάθουμε τις νέες κατευθύνσεις που επιτάσσει η τεχνολογία. Η ανάπτυξη των Νέων Τεχνολογιών καταλήγει σε απαίτηση για βελτίωση των νέων ανθρώπινων ικανοτήτων. Διαφορετικές κοινωνικές και τεχνολογικές ανακαλύψεις επανασχεδιάζουν σχεδόν κάθε πτυχή της ανθρώπινης ζωής, δημιουργώντας την ανάγκη για νέους γραμματισμούς, όπως είναι η Πληροφορική και η Τεχνολογία των Επικοινωνιών (ΤΠΕ), η ψηφιακή παιδεία, η ηλεκτρονική παιδεία κλπ.

Η εκπαίδευση είναι ένα αγαθό, στο οποίο πρέπει όλοι οι μαθητές απαραιτήτως να έχουν πρόσβαση. Η προσβασιμότητα του δεν βρίσκεται σε συνάρτηση με τη νοητική ή τη σωματική τους κατάσταση, αλλά είναι καθολικό δικαίωμα όλων. Συνεπώς, θα πρέπει να υπάρχει η απαραίτητη πολιτική μέριμνα για να καταστούν όλοι μαθητές ψηφιακά εγγράμματοι. Η αξιοποίηση των ηλεκτρονικών υπολογιστών στην εκπαιδευτική συνθήκη

είναι δεδομένο ότι παρέχει ένα απαραίτητο χέρι βοήθειας στους εκπαιδευόμενους, αλλά υπό την προϋπόθεση ότι ο εκπαιδευτικός θα το αξιοποιήσει με το σωστό τρόπο. Το ψηφιακό περιβάλλον που οικοδομεί ο υπολογιστής ελκύει και γοητεύει το μαθητή-χρήστη. Αυτό έχει ως απόρροια την αύξηση των μαθησιακών ευκαιριών που του παρέχονται. Είναι αδιαμφισβήτητο, ότι τα εκπαιδευτικά λογισμικά και τα οπτικοακουστικά μέσα «καλούν» σαν σειρήνες τους μαθητές να τα χρησιμοποιούν και έτσι μεγιστοποιούν τη συμμετοχή των μαθητών στην εκπαίδευση (Ανθούλιας, 1989; Γιαννακοπούλου, 1994; Παπάς, 1989; Ράπτης & Ράπτη, 1999).

Σήμερα, ο εκπαιδευτικός αποτελεί έναν απλό μεσάζοντα που παρέχει στείρα γνώση στους εκπαιδευόμενους. Με τη χρήση των Νέων Τεχνολογιών, ο ρόλος του θα αλλάξει και θα αναλάβει δράση ως διαμεσολαβητής ανάμεσα στον εκπαιδευόμενο και την τεχνολογία. Ουσιαστικά, θα διαδραματίσει το ρόλο του “καταλύτη αυτοδιδασκαλίας” για τους ίδιους τους εκπαιδευόμενους. Με άλλα λόγια, ο δάσκαλος είναι απαραίτητο να αναλαμβάνει το ρόλο του καθοδηγητή για τον εκπαιδευόμενο, έτσι ώστε δια μέσου της τεχνολογίας, ο τελευταίος να μπει στους κατάλληλους δρόμους για την αναζήτηση και την οικοδόμηση της γνώσης. *“Επιστρέφει δηλαδή στον αυθεντικό - ξεχασμένο - ρόλο του σωκρατικού δασκάλου. Δεν βλέπει πλέον τους μαθητές του ως παθητικούς αποδέκτες της διδασκαλίας του, αλλά τους παρέχει ευρύτερα χρονικά περιθώρια για να ερευνούν, να διανοούνται, να κρίνουν, να εφαρμόζουν, να συνθέτουν και να οραματίζονται”* (Καφαντάρης, 2003).

Η ενσωμάτωση των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας έχει ως απώτερο κίνητρο την ενδυνάμωση και εξέλιξη της εκπαίδευσης, έτσι ώστε να ενισχύεται το προσωπικό ενδιαφέρον και η γνώση των μαθητών. Οι Νέες Τεχνολογίες θα προσφέρουν μια νέα δυναμική μέσω των σύγχρονων τεχνολογικών εργαλείων και οπτικοακουστικών μέσων στην εκπαιδευτική διαδικασία και θα αποτελέσουν ένα ορόσημο στον εκπαιδευτικό τομέα.

Ωστόσο, για να εφαρμοστεί αυτή η προσέγγιση και να αναπτυχθεί ο εκπαιδευτικός τομέας θα πρέπει να υπάρξει αναθεώρηση της υπάρχουσας παραδοσιακής διδακτικής φιλοσοφίας, τόσο από την πλευρά τόσο της ελληνικής εκπαιδευτικής πολιτικής, όσο και των εκπαιδευτικών, ως εκπροσώπων αυτής. Οι εκπαιδευτικοί πρέπει να ενεργοποιηθούν, όπως ακριβώς και οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές, για να υπηρετήσουν αυτό το νέο θεσμό, γιατί

αναμφισβήτητα αποτελούν το κλειδί για την επιτυχία κάθε εκπαιδευτικής καινοτομίας (Μπίκος, 1995).

Η έγχυση των Νέων Τεχνολογιών στην οικοδόμηση της κοινωνίας της γνώσης, οδηγεί στο μετασχηματισμό των διαδικασιών που αφορούν την παραγωγή, αλλά και εμφανίζονται νέες και διαφορετικές μορφές εργασίας, αλλά και αγοράς. Με ένα απλό κλικ από το δωμάτιο του σπιτιού μας, μπορούμε να κάνουμε τα πάντα. Τελευταία, κατασκευάζονται και υιοθετούνται νέες επιστημονικές τάσεις τόσο στο γενικότερο τομέα της επιστήμης, όσο και στην εκπαίδευση, αγοράίας αναμόρφωσης τους γύρω από την προσέγγιση της ιδεολογίας της «Κοινωνία της Γνώσης» (Ραβάνης, 2006), η φράση που χρησιμοποιούταν παλαιότερα «η γνώση είναι δύναμη», αποκτά καινούριο νόημα με τη χρήση των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας στο σχολείο. Αυτή η νέα προοπτική που οικοδομείται δημιουργεί νέες προκλήσεις για το μέλλον, με συνέπειες που δεν μπορούν να προβλεφθούν ή να υπολογιστούν, αναφορικά με τη συμπεριφορά των αυριανών πολιτών, αλλά και γενικότερα με την οικοδόμηση των κοινωνικών σχέσεων συνοχής.

Τα νέα εκπαιδευτικά περιβάλλοντα και μέθοδοι διδασκαλίας που δημιουργούνται από τη χρήση των Νέων Τεχνολογιών στην εκπαιδευτική διαδικασία, αλλάζουν τη παραδοσιακή σχέση εκπαιδευτικού – μαθητή και αναβαθμίζεται η ποιότητα της παρεχόμενης εκπαίδευσης και γνώσης. Οι μαθητές του σήμερα, χρησιμοποιούν κατά κόρον τη τεχνολογία για να κάνουν ακόμα και την πιο απλή κίνηση. Στην ουσία ζούνε με αυτές (Robin, 2008; Kim & Chang, 2010; Toki & Pange, 2014).

Υπάρχουν δύο θεωρήσεις σχετικά με την χρήση οι των ηλεκτρονικών υπολογιστών στην εκπαίδευση. Στην πρώτη περίπτωση οι υπολογιστές αποτελούν μια μέθοδο διδασκαλίας βασικών δεξιοτήτων, ενώ στη δεύτερη είναι ένα μέσο πρόσβασης στα καθημερινά μαθήματα. Ένα από τα μεγαλύτερα πλεονεκτήματα της χρήσης Νέων Τεχνολογιών είναι η δύναμή τους να δίνουν κίνητρο για μάθηση (Brooks, 1997). Επιπλέον, τα βοηθούν στο να συγκεντρώνουν την προσοχή τους πιο εύκολα και έτσι μπορούν να δείξουν τι πραγματικά έχουν κατανοήσει κάτι (Detheridge, 1996). Συν τοις άλλοις, η εργασία στον υπολογιστή είναι μια προσωπική ενασχόληση, η οποία μειώνει την έκθεση του μαθητή σε αρνητική κριτική ενώπιον των συμμαθητών του (Brooks, 1997). Άλλωστε ο ηλεκτρονικός

υπολογιστής είναι μία μηχανή. Επίσης, οι υπολογιστές προσφέρουν μεγάλο βαθμό εξάσκησης, δίνοντας παράλληλα τη δυνατότητα στους μαθητές να μαθαίνουν στους δικούς τους ρυθμούς (Rooms, 2000). Οι υπολογιστές παρέχουν στους μαθητές τη δυνατότητα για την εκπόνηση εργασιών σε μικρά διαδοχικά βήματα (Detheridge, 1996). Ο υπολογιστής ευνοεί από τη μία πλευρά την εξατομικευμένη και από την άλλη τη διαφοροποιημένη διδασκαλία, μιας και συμβάλλει στο να προσαρμόζεται η διδασκαλία στους ρυθμούς μάθησης και τα ενδιαφέροντα του κάθε μαθητή. Συν τοις άλλοις, δύναται να δυναμώσει τη φωνή και των «αδύναμων» μαθητών που τώρα περιορίζονται από την παραδοσιακή διδασκαλία. Τέλος, δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές να ελέγχουν τη μάθηση και τη γνώση, παίρνοντας έτσι μέρος της εξουσίας από τον εκπαιδευτικό.

Η επικέντρωση στο συγκεκριμένο ερευνητικό θέμα, προέρχεται από τον προβληματισμό σχετικά με τη διδασκαλία των μαθηματικών στη σχολική τάξη. Οι έρευνες και η επαγγελματική εμπειρία έχει δείξει ότι οι δάσκαλοι επιλέγουν τον παραδοσιακό τρόπο μάθησης, με χαρτί, μολύβι και πίνακα, χωρίς να λαμβάνουν υπόψη τις διαφοροποιημένες ανάγκες των μαθητών τους. Ωστόσο, οι Νέες Τεχνολογίες αποτελούν ένα πολυδύναμο εργαλείο που μπορεί να δώσει την απαραίτητη -και αναγκαία- ώθηση στους μαθητές στα ποικίλα μαθησιακά αντικείμενα. Καινοτόμες ή ερευνητικές εργασίες καθώς και αναλυτικά προγράμματα υπογραμμίζουν τις ισχυρές δυνατότητες των ΤΠΕ για τη διδασκαλία των μαθηματικών σε όλα τα επίπεδα. Η ενσωμάτωσή τους στις αίθουσες διδασκαλίας φαίνεται, ωστόσο πιο δύσκολη από την αναμενόμενη. Οι περισσότερες έρευνες εστιάζουν στην αλληλεπίδραση μεταξύ του μαθητή, του υπολογιστή και της γνώσης. Αυτό το περιορισμένο πλαίσιο εξηγεί την ασυμφωνία μεταξύ του τι γίνεται και του τι θα έπρεπε να γίνεται (Lagrange et al., 2003). Αποτελεί, ουσιαστικά μια "μετάβαση" (Zbiek, 2002), η ενσωμάτωση της τεχνολογίας. Αυτό συμβαίνει διότι απαιτείται μια βαθιά μεταμόρφωση του "habitus", της συνήθειας, της ρουτίνας μιας τάξης.

Στο άρθρο τους «A Study on the Use of ICT in Mathematics Teaching», οι Chong Chee Keong, Sharaf Horani & Jacob Daniel (2005) διαπραγματεύονται το ρόλο που διαδραματίζουν οι ΤΠΕ στη διδασκαλία των μαθηματικών. Πιο συγκεκριμένα, καταλήγουν στο ότι η εφαρμογή τους μπορεί να καταστήσει τη διαδικασία διδασκαλίας πιο αποτελεσματική, καθώς και να ενισχύσουν τις ικανότητες των μαθητών να κατανοήσουν τις βασικές έννοιες (Hennessy, Harrison & Wamakote, 2010). Παρ' όλα

αυτά, η εφαρμογή στη διδασκαλία δεν γίνεται αναίμακτα, καθώς μπορεί να προκύψουν πολλά εμπόδια. Οι τύποι φραγμών εντοπίστηκαν στη μελέτη και ως μέρος του τρέχοντος ερευνητικού προγράμματος προτείνεται η λύση της δημιουργίας μιας ηλεκτρονικής πύλης για την υπέρβαση ορισμένων από αυτά τα εμπόδια.

Επίσης, στο άρθρο τους οι Forgasz & Prince (2002) αναφέρουν ότι για την επιτυχή ενσωμάτωση των ΤΠΕ στο πρόγραμμα σπουδών των μαθηματικών, είναι απαραίτητο να υπάρχει γνώση του υπάρχοντος λογισμικού που χρησιμοποιείται. Στην έρευνα που πραγματοποίησαν διαπίστωσαν ότι το 61% των ερωτηθέντων (εκπαιδευτικοί) χρησιμοποίησε υπολογιστικά φύλλα, το 45% χρησιμοποίησε επεξεργασία λέξεων και 30% προγράμματα περιήγησης στο Διαδίκτυο. Στην ίδια έρευνα, διαπιστώθηκε ότι το 19% χρησιμοποίησε το Geometer's sketchpads.

Στο άρθρο των Andreja Istenic Starcic, Mara Cotic and Matej Zajc (2012) «Design-based research on the use of a tangible user interface for geometry teaching in an inclusive classroom» παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της ανάπτυξης ενός απλού χρήστη διεπαφής (TUI) και της χρήσης επιτραπέζιων υπολογιστών στη διδασκαλία γεωμετρίας σε μια ενταξιακή τάξη που περιλαμβάνει μαθητές με χαμηλές κινητικές δεξιότητες και / ή μαθησιακές δυσκολίες. Σύμφωνα με τους συγγραφείς, η χρήση των υπολογιστών στη μάθηση καθιστούν δυνατή την πανταχού παρούσα εφαρμογή της πληροφορικής στην εκπαίδευση (O'Malley & Fraser, 2004;). Τα παιδιά μαθαίνουν κατά τη διάρκεια του παιχνιδιού χωρίς να το γνωρίζουν μέσω της μεσολάβησης των ηλεκτρονικών υπολογιστών με τα φυσικά αντικείμενα (Hennessy, Harrison & Wamakote, 2010).

2.1 Μοντέλα ένταξης των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και των Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση.

Οι Νέες Τεχνολογίες στην Εκπαίδευση ως ένα μέσο γνώσης, έρευνας και μάθησης χρησιμοποιούνται κατά κόρον σε όλα τα μαθήματα του αναλυτικού προγράμματος, από την προσχολική έως την τριτοβάθμια εκπαίδευση. Συν τοις άλλοις, οι ραγδαίες τεχνολογικές εξελίξεις έχουν επηρεάσει σε μεγάλο βαθμό τα σύγχρονα εκπαιδευτικά συστήματα των ανεπτυγμένων και των αναπτυσσόμενων χωρών.

Η εμφάνιση όλο και πιο φιλικών συστημάτων επικοινωνίας χρήστη – υπολογιστή (user interfaces) και λογισμικού οδηγεί σε μεγαλύτερη εξέλιξη. Η εισαγωγή των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και των Επικοινωνιών (υπολογιστές, πολυμέσα, δίκτυα, κλπ.) κατά τις δεκαετίες 1970 - 1990, η ένταξή τους από το 1990 έως το 2000, αλλά και η ενσωμάτωση στη σημερινή εποχή μέσα στους κόλπους των εκπαιδευτικών συστημάτων είναι ιδιαίτερα σημαντική.

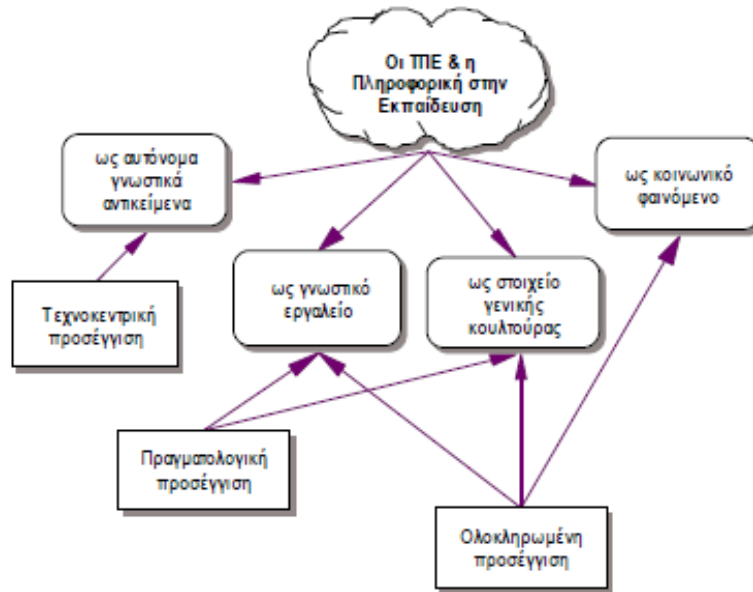
Οι βασικές συνιστώσες (Κόμης & Μικρόπουλος, 2001) που συνδράμουν στην ανάπτυξη αυτή είναι, η πληροφοριοποίηση της κοινωνίας, δηλαδή η μεγιστοποίηση της χρήσης υπολογιστών και δικτύων σε διάφορες καταστάσεις των δραστηριοτήτων των ανθρώπων, όπως είναι η διαδικασία παραγωγής, η επικοινωνία, η οικονομία, ο ψυχαγωγικός τομέας, αλλά και η πληροφόρηση. Αυτή η αντίληψη οδηγεί σε ερωτήματα αναφορικά με το ποιος είναι ο στόχος του σχολείου στα πλαίσια της Κοινωνίας της Πληροφορίας – Information Society.

Η δεύτερη συνιστώσα είναι η ολική αποδοχή για το άνοιγμα του σχολείου προς την πληροφόρηση σε όλες τις εκπαιδευτικές βαθμίδες, η οικοδόμηση συστημάτων δια βίου μάθησης, καθώς και η παιδαγωγική αλλαγή που οι σχεδιαστές εκπαιδευτικής πολιτικής, οι γονείς και οι εκπαιδευτικοί ελπίζουν ότι θα συμβεί με τη χρήση των Νέων Τεχνολογιών στην Εκπαίδευση.

Αυτό που πρέπει όμως να αναλογιστούμε είναι τι σημαίνει ακριβώς η φράση “Η Πληροφορική στην Εκπαίδευση”; Με βάση αυτό το ερώτημα, υπάρχουν τρία βασικά πρότυπα εισαγωγής ΤΠΕ στην διδακτική διαδικασία (Μακράκης, 2000; Κόμης & Μικρόπουλος, 2001). Το πρώτο είναι το Τεχνοκρατικό – Τεχνοκεντρικό μοντέλο, όπου η πληροφορική διδάσκεται ως ανεξάρτητο γνωστικό αντικείμενο στα πλαίσια του ψηφιακού – πληροφοριακού αλφαριθμητισμού, ενταγμένο στο Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών του σχολικού πλαισίου. Ως εκπαιδευτική διαδικασία χαρακτηρίζεται από τεχνοκρατικό ντετερμινισμό και η εστίαση της διδασκαλίας είναι στην τεχνολογία των Η/Υ και στην εκμάθηση της λειτουργίας τους (Μακράκης, 2000). Είναι μια “κάθετη” προσέγγιση προσαρμοσμένη στη διδακτική και τους στόχους του συγκεκριμένου γνωστικού αντικειμένου. Η συγκεκριμένη κατεύθυνση ακολουθείται στο μάθημα της πληροφορικής στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση, χωρίς να δίνεται ιδιαίτερη σημασία στις παιδαγωγικές

και διδακτικές δυνατότητες που παρέχουν οι Νέες Τεχνολογίες. Η συγκεκριμένη θεωρητική προσέγγιση ήταν η πρώτη που αναπτύχθηκε και αφορούσε την ένταξη των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και των Επικοινωνιών στην μάθηση κι στην διαδικασία της εκπαίδευσης, ανθίζοντας κατά τη δεκαετία του 1970. Από τη στιγμή που ένα νέο διδακτικό αντικείμενο εισέρχεται στο αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών είναι εύλογο να υπάρχουν ερωτήματα που να αφορούν το περιεχόμενο του τους στόχους του, τον τρόπο διδασκαλίας του και να δημιουργούν τις προϋποθέσεις για την καλλιέργεια μιας θεωρητικής προσέγγισης.

Το δεύτερο μοντέλο, είναι το Ολιστικό ή Ολοκληρωμένο μοντέλο, όπου ο ηλεκτρονικός υπολογιστής χρησιμοποιείται ως μέσο έρευνας και μάθησης σε όλα τα γνωστικά αντικείμενα του Αναλυτικού Προγράμματος Σπουδών. Ο ηλεκτρονικός υπολογιστής αξιοποιείται ως εργαλείο για την ολιστική διαθεματική προσέγγιση της μάθησης και εισάγεται σε όλα τα επίπεδα της εκπαιδευτικής διαδικασίας, στο σύνολο των μαθημάτων και των σχολικών δραστηριοτήτων. Η συγκεκριμένη προσέγγιση δύναται να ενισχύσει και να ενδυναμώσει τη δημιουργική συμμετοχή εκπαιδευτικών και μαθητών στην εκπαιδευτική διαδικασία (Πανέτσος, 2001). Ωστόσο, είναι απαραίτητο να υιοθετηθούν διαφορετικές παιδαγωγικές αντιλήψεις, αναφορικά με την επιλογή των γνώσεων, τη διδασκαλία, αλλά και τη κατάρτιση των εκπαιδευτικών. Συν τοις άλλοις, πρέπει να υπάρχει μια οργανωμένη και κατάλληλη υλικοτεχνική υποδομή στις σχολικές μονάδες για να μπορέσει να επιτύχει το συγκεκριμένο εγχείρημα.



Εικόνα 1. Μοντέλα ένταξης των ΤΠΕ στην εκπαίδευση

(Πηγή Μακράκης & Κοντογιαννοπούλου, 1995)

Το μοντέλο αυτό εμφανίστηκε σχετικά πρόσφατα και αποτελεί μια οριζόντια προσέγγιση της πληροφορίας της γνώσης. Οι θιασώτες του συγκεκριμένου μοντέλου πιστεύουν ότι μπορεί να βοηθήσει στη μεγιστοποίηση των μαθησιακών ευκαιριών για τους εκπαιδευόμενους, αλλά και να βοηθήσει τον εκπαιδευτικό, όταν εφαρμόζεται σε όλα τα γνωστικά αντικείμενα του σχολικού πλαισίου και όχι μόνο με το μάθημα της πληροφορικής.

Οι αλλαγές που θα προκύψουν δείχνουν ότι η προσέγγιση δεν μπορεί να εφαρμοστεί βραχυπρόθεσμα (Κόμης & Μικρόπουλος, 2001), λόγω του ότι είναι απαραίτητο να υπάρχει εκπαίδευση και ο τεχνολογικός αλφαριθμητισμός στις νέες τεχνολογίες της πληροφορίας και αυτό οδηγεί τελικά στο να επιλέγει το πραγματολογικό μοντέλο που είναι συνδυασμός των δύο προηγούμενων. Το πρότυπο αυτό φαίνεται να συνδυάζει τα παιδαγωγικά πλεονεκτήματα.

Το Πραγματολογικό ή Μικτό μοντέλο, όπου αποτελεί το συνδυασμό των δύο προηγούμενων (Μακράκης & Κοντογιαννοπούλου, 1995), συνιστά ένα συμβιβασμό, ένα

μεταβατικό στάδιο μεταξύ του τεχνοκρατικού και του ολιστικού προτύπου. Είναι μια απαραίτητη προσέγγιση για ένα χρονικό διάστημα μέχρι την πλήρη ενσωμάτωση των τεχνολογιών σε όλο το εύρος του αναλυτικού προγράμματος. Η συγκεκριμένη φιλοσοφία προωθεί από τη μία πλευρά τη διδασκαλία ενός αμιγούς

μαθήματος που μαθαίνει στα παιδιά γενικές γνώσεις πληροφορικής, αλλά από την άλλη εντάσσει σταδιακά τη χρήση του ηλεκτρονικού υπολογιστή, ως μέσο στήριξης της εκπαιδευτικής διαδικασίας σε όλο το εύρος και το μήκος του Αναλυτικού Προγράμματος Σπουδών, προάγοντας παράλληλα τον τεχνολογικό και ψηφιακό αλφαριθμητισμό των μαθητών. Χαρακτηρίζεται από τη σημασία που δίνει στην κοινωνική και γνωστική διάσταση της πληροφορικής και τον τρόπο που ενσωματώνεται μέσα στην εκπαιδευτική διαδικασία. Ωστόσο χρειάστηκε μεγάλο χρονικό διάστημα για να αποσαφηνιστεί το περιεχόμενο και ο σκοπός σχετικά με τον τρόπο χρήσης του πληροφοριακού μέσου (Κόμης & Μικρόπουλος, 2001). Η συγκεκριμένη προσέγγιση εστιάζει στα πλεονεκτήματα των δύο προηγούμενων, δηλαδή την χρήση των νέων τεχνολογιών ως πολυμέσου που ενισχύει το γνωστικό χαρακτήρα του αναλυτικού προγράμματος σπουδών, αλλά και ως ανεξάρτητο γνωστικό αντικείμενο που προάγει τον τεχνολογικό και ψηφιακό αλφαριθμητισμό των παιδιών (Ράπτης & Ράπτη, 1999).

Τέλος είναι σημαντικό να επισημανθεί ότι η εισαγωγή των νέων τεχνολογιών στην εκπαίδευση δίνει τη δυνατότητα για ανασχηματισμό του παραδοσιακού σχολείου, αλλά και στον εκπαιδευτικό να εφαρμόσει νέες και διαφοροποιημένες τεχνικές διδασκαλίας μέσα στη παραδοσιακή σχολική τάξη, που μέχρι τώρα δεν μπορούσε.

Στην Ελλάδα παραδοσιακά εφαρμοζόταν η τεχνοκρατική προσέγγιση, ενώ τα τελευταία χρόνια έχει γίνει στροφή προς την ολιστική προσέγγιση και κατά περιπτώσεις εφαρμόζεται και το πραγματολογικό μοντέλο. Ωστόσο θα πρέπει το σχολείο ως θεσμός, αλλά και η εκπαιδευτική πολιτική, να αναστοχαστεί σχετικά με το πώς θέλουν να είναι το σύγχρονο σχολείο για να καθοριστεί και ποια προσέγγιση θα ακολουθηθεί.

3. ΕΞ ΑΠΟΣΤΑΣΕΩΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ.

3.1 Εξ αποστάσεως Εκπαίδευση και E-learning και η έννοια της συμπληρωματικής σχολικής ΕξΑΕ.

Η Εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση (ΕξΑΕ) υπάρχει και συνεχώς αναπτύσσεται εδώ και σχεδόν έναν αιώνα. Η ΕξΑΕ έχει δεχτεί πληθώρα ορισμών και προσεγγίσεων από ακαδημαϊκούς όπως οι Holmberg, Keegan, Moore, Λιοναράκης και άλλοι παγκοσμίως. Οι περισσότεροι ορισμοί περιλαμβάνουν την γεωγραφική ή και χρονική απόσταση μεταξύ μαθητή και εκπαιδευτικού καθώς και τη χρησιμοποίηση διαφόρων μέσων για την γεφύρωση της επικοινωνίας και της αλληλεπίδρασης μεταξύ τους.

Η εξ αποστάσεως εκπαίδευση έχει ιστορία που εκτείνεται σε σχεδόν δύο αιώνες (Spector, Merrill, Merrienboer, & Driscoll, 2008) και αυτή η χρονική περίοδος αντιπροσωπεύει σημαντικές αλλαγές στον τρόπο με τον οποίο η εκμάθηση συμβαίνει και μεταδίδεται. Από τη βασική αλληλογραφία μέσω της ταχυδρομικής υπηρεσίας μέχρι την ευρεία ποικιλία εργαλείων που διατίθενται μέσω του Διαδικτύου, η κοινωνία έχει αγκαλιάσει νέες μορφές επικοινωνίας μέσα από τα χρόνια. Μια τέτοια μορφή, η ηλεκτρονική μάθηση (online learning), είναι γνωστό ότι έχει ιστορικό πρόσβασης που ξεκινά τη δεκαετία του 1980 ενώ ένας άλλος όρος, που αναφέρεται ως e-Learning, δεν έχει πλήρως αποκαλυφθεί (Harasim, 2000). Καθώς οι ερευνητές και οι σχεδιαστές αξιοποιούν αυτές τις αναδυόμενες τεχνολογίες, διαπιστώνουμε ότι η χαλαρή χρήση της ορολογίας καθιστά δύσκολο το σχεδιασμό και την αξιολόγηση παρόμοιων μαθησιακών περιβαλλόντων χωρίς την κατανόηση των ειδικών χαρακτηριστικών (Phipps & Merisotis, 1999). Ο σχεδιασμός διαφόρων τύπων μαθησιακών περιβαλλόντων μπορεί να εξαρτάται από τον μαθησιακό στόχο, το κοινό-στόχο, την πρόσβαση (φυσική, εικονική ή / και τις δύο) και τον τύπο του περιεχομένου. Είναι σημαντικό να γνωρίζουμε πώς χρησιμοποιείται το μαθησιακό περιβάλλον και τις επιδράσεις των εργαλείων και των τεχνικών που διαφοροποιούν τις διαφορές στα μαθησιακά αποτελέσματα καθώς εξελίσσεται η τεχνολογία (Moore, Dickson-Deane & Galyen, 2011).

Σε κάθε εποχή χρησιμοποιούνταν τα εκάστοτε διαθέσιμα μέσα (αλληλογραφία, ραδιόφωνο, τηλεόραση, διαδίκτυο) για να διευκολυνθεί η επικοινωνία μεταξύ εκπαιδευτή και εκπαιδευόμενου, η διανομή εκπαιδευτικού υλικού αλλά και κάθε χώρα προσαρμοζε την ΕξΑΕ σε δικές της τυχόν ιδιαίτερες οικονομικές, γεωγραφικές, κοινωνικές και άλλες συνθήκες (Μουζάκης, 2011). Με την χρήση των ΤΠΕ η ΕξΑΕ αναπτύχθηκε και διευρύνθηκε πολύ ως πεδίο (Keegan, 2013). Ο Simonson (2003) ορίζει την σύγχρονη ΕξΑΕ ως το εκπαιδευτικό σύστημα που συνδέει τον εκπαιδευόμενο με άλλους εκπαιδευόμενους αλλά και με τον εκπαιδευτικό με πληθώρα αλληλεπιδραστικών μέσων και συστημάτων τηλεπικοινωνίας. Μέσω των προαναφερθέντων φαίνεται η άμεση σχέση που υπάρχει μεταξύ τεχνολογίας και ΕξΑΕ και ότι πρέπει η δεύτερη να ακολουθεί και να υιοθετεί με πολύ γρήγορους ρυθμούς την εξέλιξη και τα επιτεύγματα της πρώτης. Η σχέση όμως αυτή και η σημασία που δίνεται στα τεχνολογικά μέσα δεν μπορεί να αντικαταστήσει τη σχέση μεταξύ καθηγητή και μαθητή στην διαδικασία της μάθησης (Λιοναράκης, 2006).

Ο Delling το 1966 έδωσε τον πρώτο ορισμό, όπως αναφέρουν σε εργασία τους οι Γεωργιάδη, Μπάρλου και Κορδούλης (2003). Σύμφωνα με αυτόν η Εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση αποτελεί μια σχεδιασμένη και συστηματική δραστηριότητα. Σε αυτήν περιλαμβάνεται η επιλογή, η προετοιμασία και η παρουσίαση του διδακτικού υλικού αλλά και η επίβλεψη και η υποστήριξη του διδασκόμενου ως προς την μαθησιακή του πορεία. Η γεφύρωση της φυσικής απόστασης του διδάσκοντα από τον διδασκόμενο επιτυγχάνεται μέσω ενός τουλάχιστον τεχνικού μέσου.

Σύμφωνα με τον Moore (1986) ως εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση ορίζεται η κατηγορία εκπαιδευτικών μεθόδων, σύμφωνα με τις οποίες η επικοινωνία μεταξύ διδάσκοντα και διδασκόμενου πραγματοποιείται μέσω έντυπου υλικού και μηχανικών, ηλεκτρονικών ή άλλων μέσων. Σύμφωνα με τον ίδιο, ο οποίος προέβη σε επαναδιατύπωση του ορισμού, το 1990, αναφέρει ότι την εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση συιστούν όλες οι ενέργειες που πραγματοποιούνται με σκοπό να παρασχεθεί διδασκαλία μέσω έντυπου υλικού ή ηλεκτρονικών μέσων επικοινωνίας, σε άτομα τα οποία συμμετέχουν σε οργανωμένη μάθηση σε τόπο ή χρόνο διαφορετικό από εκείνον του διδάσκοντά τους (Keegan, 2001).

Σύμφωνα με τον Holmberg (2002) η εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση αποτελεί μια διαδικασία αυτομάθησης η οποία περιλαμβάνει διάφορες μορφές σπουδών σε όλα τα επίπεδα. Δεν πραγματοποιούνται υπό τη συνεχή και άμεση επίβλεψη των διδασκόντων συνυπάρχοντας με τους διδασκόμενους σε αίθουσες διδασκαλίας ή κάτω από τις ίδιες συνθήκες. Αξιοποιούν όμως το σχεδιασμό, την καθοδήγηση και διδασκαλία που παρέχονται από έναν εκπαιδευτικό οργανισμό μέσω του υποστηρικτικού υλικού ο διδασκόμενος βρίσκεται σε διαδραστική σχέση με τον διδάσκοντα.

Ένας ορισμός που είναι γενικά αποδεκτός σε σχέση με την εξ αποστάσεως εκπαίδευση είναι αυτός που έχει δώσει ο Simonson (2003) και αναφέρει ότι ο όρος αυτός περιγράφει την εκπαίδευση που παρέχεται από το επίσημο κράτος, κατά την οποία περιλαμβάνεται φυσική απόσταση μεταξύ των μαθητικών ομάδων και του διδάσκοντα, η οποία υπερβαίνεται μέσω διαδραστικών τηλεπικοινωνιακών συστημάτων (Simonson, 2003). Γενικώς, η εξ αποστάσεως εκπαίδευση θεωρείται ως μια εκπαιδευτική μέθοδος η οποία στοχεύει να προσδώσει σε όλους ανεξαιρέτως τους πολίτες ίσες ευκαιρίες μάθησης (Λιοναράκης, 2001).

Δεδομένου ότι η τεχνολογία της μάθησης και οι συναφείς τομείς συνεχίζουν να εξελίσσονται, οι επαγγελματίες και οι ερευνητές δεν έχουν ακόμη συμφωνήσει σε κοινούς ορισμούς και ορολογίες (Lowenthal & Wilson, 2010; Volery & Lord, 2000). Ως αποτέλεσμα, είναι δύσκολο για τους ερευνητές να πραγματοποιούν συγκρίσεις μεταξύ των διαφόρων μελετών και να αξιοποιούν τα αποτελέσματα των προηγούμενων μελετών. Αυτό συμβάλλει σε συγκρουόμενα ευρήματα σχετικά με την εξ αποστάσεως μάθηση, την ηλεκτρονική μάθηση και τα περιβάλλοντα εκμάθησης στο διαδίκτυο. Επιπλέον, οι όροι συχνά αντικαθίστανται χωρίς σημαντικούς ορισμούς. Ως αρχικό βήμα, εξετάσαμε τη σχετική βιβλιογραφία για να καθορίσουμε τον τρόπο με τον οποίο καθορίστηκαν αυτά τα μαθησιακά περιβάλλοντα.

Η «Εξ αποστάσεως εκπαίδευση» είναι ο πιο γνωστός περιγραφικός όρος που χρησιμοποιείται όταν γίνεται αναφορά στην εξ' αποστάσεως μάθηση. Περιγράφει συχνά την προσπάθεια παροχής πρόσβασης στη μάθηση για όσους είναι γεωγραφικά απομακρυσμένοι. Κατά τη διάρκεια των τελευταίων δύο δεκαετιών, η σχετική βιβλιογραφία δείχνει ότι διάφοροι συγγραφείς και ερευνητές χρησιμοποιούν ασυνεπείς

ορισμούς της εξ αποστάσεως εκπαίδευσης. Καθώς οι υπολογιστές εμπλέκονταν στην παροχή εκπαίδευσης, ένας προτεινόμενος ορισμός αναγνώρισε την παράδοση εκπαιδευτικού υλικού, χρησιμοποιώντας τόσο έντυπα όσο και ηλεκτρονικά μέσα (Moore, 1990). Η εκπαιδευτική παράδοση περιλάμβανε έναν εκπαιδευτή που ήταν φυσικά τοποθετημένος σε διαφορετικό μέρος από τον εκπαιδευόμενο, καθώς και ενδεχομένως την παροχή της διδασκαλίας σε διαφορετικούς χρόνους. Ο Dede (1996) επεξεργάστηκε τον ορισμό συμπεριλαμβάνοντας μια σύγκριση των παιδαγωγικών μεθόδων που χρησιμοποιούνται σε παραδοσιακά περιβάλλοντα και αναφέρεται στην οδηγία ως «διδασκαλία λέγοντας». Ο ορισμός ανέφερε επίσης ότι η εξ αποστάσεως εκπαίδευση χρησιμοποιεί αναδυόμενα μέσα και οι συναφείς εμπειρίες δημιουργούν κατανοημένες ευκαιρίες μάθησης. Και οι δύο αυτοί ορισμοί αναγνώρισαν τις αλλαγές που ήταν εμφανείς στον τομέα και τις απέδωσαν στις νέες τεχνολογίες που διατέθηκαν (Moore, Dickson-Deane & Galyen, 2011).

Ο Keegan (1996) προχώρησε περαιτέρω υποδηλώνοντας ότι ο όρος εξ αποστάσεως εκπαίδευσης είναι ένας όρος "ομπρέλα" και ως εκ τούτου έχει όρους όπως η εκπαίδευση δια αλληλογραφίας που μπορεί κάποτε να χρησιμοποιήθηκε συνώνυμα, να αναγνωρίζεται σαφώς ως πιθανός απόγονος της εξ αποστάσεως εκπαίδευσης. Οι King, Young, Drivere-Richmond και Schrader (2001) υποστηρίζουν ότι η εξ αποστάσεως μάθηση αναφέρεται περισσότερο ως ικανότητα, ενώ η εξ αποστάσεως εκπαίδευση αποτελεί δραστηριότητα εντός της ικανότητας [της εξ αποστάσεως μάθησης]. Ωστόσο, και οι δύο ορισμοί εξακολουθούν να περιορίζονται από τις διαφορές στο χρόνο και στον τόπο (Volery & Lord, 2000). Καθώς οι νέες τεχνολογίες γίνονται εμφανείς, η μάθηση φάνηκε να είναι το επίκεντρο όλων των τύπων διδασκαλίας και ο όρος μάθηση εξ αποστάσεως χρησιμοποιήθηκε για να επικεντρωθεί στους περιορισμούς που σχετίζονται με την απόσταση, δηλαδή τον χρόνο και τον τόπο (Guilar & Loring, 2008; Newby, Stepich, Lehman & Russell, 2000).

Στη συνέχεια ο όρος εξελίχθηκε για να περιγράψει άλλες μορφές μάθησης, π.χ. ηλεκτρονική μάθηση, τεχνολογία, διαμεσολαβούμενη μάθηση, online συνεργατική μάθηση, εικονική μάθηση, μάθηση μέσω διαδικτύου κλπ. (Conrad, 2006). Έτσι, τα κοινά σημεία που βρέθηκαν σε όλους τους ορισμούς είναι ότι υπάρχει κάποια μορφή διδασκαλίας μεταξύ δύο μερών (εκπαιδευόμενος και εκπαιδευτής), πραγματοποιείται σε

διαφορετικούς χρόνους ή / και χώρους και χρησιμοποιεί ποικίλες μορφές διδακτικού υλικού (Moore, Dickson-Deane & Galyen, 2011).

Η προέλευση του όρου e-Learning δεν είναι βέβαιο, αν και προτείνεται ότι ο όρος πιθανότατα προέκυψε κατά τη διάρκεια της δεκαετίας του '80, μέσα στο ίδιο χρονικό πλαίσιο μιας άλλης μορφής ηλεκτρονικής μάθησης. Ενώ ορισμένοι συγγραφείς καθορίζουν ρητά την ηλεκτρονική μάθηση, άλλοι υποδηλώνουν έναν συγκεκριμένο ορισμό ή άποψη της ηλεκτρονικής μάθησης στο άρθρο τους. Οι ορισμοί αυτοί υλοποιούνται, μερικές από τις αντικρουόμενες απόψεις άλλων ορισμών, και μερικοί απλώς συγκρίνοντας τον ορισμό των χαρακτηριστικών με άλλους υπάρχοντες όρους (Moore, Dickson-Deane & Galyen, 2011).

Συγκεκριμένα, ο Ellis (2004) διαφωνεί με τους συγγραφείς όπως ο Nichols (2003), οι οποίοι ορίζουν ότι η ηλεκτρονική μάθηση είναι αυστηρά προσβάσιμη χρησιμοποιώντας τεχνολογικά εργαλεία τα οποία είτε είναι διαδικτυακά, είτε διανέμονται στο διαδίκτυο είτε είναι διαδικτυακά. Η πεποίθηση ότι η ηλεκτρονική μάθηση δεν καλύπτει μόνο το περιεχόμενο και τις διδακτικές μεθόδους που παρέχονται μέσω του CD-ROM, του Διαδικτύου ή ενός Intranet (Benson et al., 2002; Clark, 2002) αλλά περιλαμβάνει επίσης την ηχητική και βιντεοταινία, αυτή την οποία κατέχει ο Ellis. Παρά το γεγονός ότι τα τεχνολογικά χαρακτηριστικά συμπεριλαμβάνονται στον ορισμό του όρου, οι Tavangarian, Leybold, Nölting, Röser και Voigt (2004) καθώς και οι Triacca, Bolchini, Botturi και Inversini (2004) θεωρούν ότι η χρησιμοποιούμενη τεχνολογία ήταν ανεπαρκής ως περιγραφικός όρος. Οι Tavangarian et al. (2004) περιλάμβαναν το θεωρητικό μοντέλο ως ένα πλαίσιο για τον ορισμό τους δηλώνοντας ότι η ηλεκτρονική μάθηση δεν είναι μόνο διαδικαστική, αλλά δείχνει και κάποια μεταμόρφωση της εμπειρίας ενός ατόμου στη γνώση του ατόμου μέσω της διαδικασίας κατασκευής της γνώσης. Τόσο η Ellis (2004) όσο και οι Triacca et al. (2004) πίστευε ότι πρέπει να συμπεριληφθεί κάποιο επίπεδο αλληλεπίδρασης για να καταστεί ο ορισμός πραγματικά εφαρμόσιμος στην περιγραφή της μαθησιακής εμπειρίας, παρόλο που ο Triacca et al. (2004) πρόσθεσε ότι η ηλεκτρονική μάθηση ήταν ένας τύπος ηλεκτρονικής μάθησης.

Δεδομένου ότι εξακολουθεί να υπάρχει ο βασικός αγώνας ως προς τις τεχνολογίες που πρέπει να χρησιμοποιηθούν για να μπορέσει να αναφερθεί ο όρος, ορισμένοι συντάκτες

δεν θα δώσουν ούτε σαφή ορισμό ούτε μια πολύ αόριστη αναφορά σε άλλους όρους, όπως είναι η διαδικτυακή μάθηση / μάθηση, (Dringus & Cohen, 2005; Khan, 2001; Triacca et al., 2004; Wagner, 2001). Αυτό που είναι άφθονο είναι ότι υπάρχει κάποια αβεβαιότητα ως προς τα ακριβή χαρακτηριστικά του όρου, αλλά είναι σαφές ότι όλες οι μορφές ηλεκτρονικής μάθησης, είτε πρόκειται για εφαρμογές, προγράμματα, αντικείμενα, ιστοτόπους κ.λπ., μπορούν παρέχουν μια ευκαιρία μάθησης για τα άτομα.

Στο άρθρο των Menchaca, M. P., & Bekele, T. A. (2008) με τίτλο *Learner and instructor identified success factors in distance education*. *Distance education*, η σχετική βιβλιογραφία αναθεωρήθηκε για τον εντοπισμό παραγόντων επιτυχίας στα διαδικτυακά περιβάλλοντα μάθησης (online learning environments, OLE), αλλά και των σημαντικών μεθοδολογικών και θεωρητικών θεμάτων που ενσωματώθηκαν σε προηγούμενες έρευνες με στόχο την καλύτερη ενημέρωση. Η εικόνα 2 παρουσιάζει μια σύνοψη της βιβλιογραφίας. Η ανασκόπηση έδειξε αρκετούς περιορισμούς σε προηγούμενες έρευνες για τους παράγοντες επιτυχίας σε OLE. Πρώτον, η συνολική γνώση των παραγόντων επιτυχίας ήταν κατακερματισμένη και αδιάφορη εν μέρει επειδή η έρευνα στην περιοχή ήταν σχετικά πρόσφατη με λίγες διαχρονικές αναλύσεις (Bekele, 2008; Bekele & Menchaca, 2008). Συγκεκριμένα, ο τρόπος με τον οποίο οι εκπαιδευόμενοι αντιλαμβάνονται τα OLE και το πώς αυτά τα περιβάλλοντα επηρεάζουν τη μάθηση δεν ήταν κατανοητά (Chen & Macredie, 2002; Gilbert et al., 2007; Imel, 2002; Moore & Aspden, 2004; Romero, du Boulay, Cox, Lutz & Bryant, 2007). Η δυναμική και σύνθετη φύση των OLE φαινόταν να εξηγεί μέρος αυτού του φαινομένου. Δεύτερον, οι περισσότερες μελέτες καθοδήγησαν ποσοτικά, περιορίζοντας ενδεχομένως το βάθος και το εύρος όσον αφορά τις εμπειρίες και τις αντιλήψεις των μαθητών (Bekele, 2008; Bekele & Menchaca, 2008; Gilbert et al., 2007).

Table 1. Summary of success factors in online learning.

Study	Success factors
Abel (2005)	Motivation, measurements and expectations, student and faculty support, and delivery format
Baker and Schihl (2005)	Instructional support for staff (training on technology) and administrative support
Bekele (2008)	Human, technology, pedagogic, course, and leadership factors
Bekele and Menchaca (in press)	Factors related to technology, media, content, method of learning, and support services
Carr-Chellman and Duchastel (2000)	Study guides, projects/assignments, examples online, course communications through asynchronous and synchronous tools, and interactive skill building
Erlich et al. (2005)	Prior computer literacy and applications courses
Gilbert et al. (2007)	Theory–practice matches, several subject themes, social interactions, and support services
Howell and Wilcken (2005)	Student support (instructor and administrative based)
Kung-Ming and Khoon-Seng (2005)	Synchronous and asynchronous interaction
Lammintakanen and Rissanen (2005)	Student motivation; asynchronous and synchronous tools; experience; students' time; support from peers and instructors; teachers' motivation, attitude to technology, and ICT skill; and student need assessment
Martz and Reddy (2005)	Technology use, fairness, classroom interaction, and course content
Naidu (2005)	Pedagogy and the design and development process in general
Novitzki (2005)	Course quality, course pedagogy, various online interaction methods, and high level of interaction
Ostlund (2008)	Structure, autonomy, dialogue, and social presence
Pituch and Lee (2006)	System characteristics such as functionality, interactivity, response, self-efficacy, and Internet experience
Romero et al. (2007)	Learner confidence, prior operational and conceptual knowledge, teacher presence and involvement, communication between teachers and learners, and the cultural issues relating to managing change, motivation and technology platform
Salter (2005)	Perception of staff about technology, experience with technology, workload, and institutional factors (value of f2f, limited or no reward for online learning, logistics)
Shih et al. (2006)	Prior Internet-related experience
Soong et al. (2001)	Human factors (instructor's time and motivation), technical competency (of instructor and students), mindset about learning (students and instructor), high collaboration, IT infrastructure and technical support
Weaver (2008)	Relevant learning resources, timely feedback, and interaction with teachers, administrative support, experience in WebCT
Yan (2006)	Earlier experience of using computer network systems

Εικόνα 2.Παράγοντες επιτυχίας – online learning.

Τρίτον, πολλές μελέτες εξέτασαν κυρίως τις εμπειρίες των μαθητών με τα OLE. Αυτές οι μελέτες περιελάμβαναν εμπειρίες και ρόλους διδασκαλίας μόνο από την άποψη των φοιτητών. Ωστόσο, η εμπειρία των εκπαιδευτών και των διαχειριστών είναι εξίσου σημαντική. Η ενσωμάτωση των αντιλήψεών τους και των εμπειριών τους με τους OLE θα πρέπει να βελτιώσει την κατανόηση των κρίσιμων παραγόντων επιτυχίας. Τέταρτον, μεμονωμένες μελέτες εξέτασαν περιορισμένα και ποικίλα μέτρα επιτυχίας. Μερικές μελέτες μέτρησαν την ικανοποίηση (Martz & Reddy, 2005), το βαθμό ολοκλήρωσης των μαθημάτων (Howell & Wilcken, 2005) τη χρήση της γνώσης, την απόλαυση, τη χρησιμότητα και την ανώτερη μάθηση (Soong, Chan, Chua, & Loh, 2001). Συνολικά, οι περισσότεροι από αυτούς τους δείκτες σχετίζονταν με τα οφέλη που οι μαθητές και τα ιδρύματα έλαβαν από τους OLE. Ωστόσο, κάθε μελέτη εξέτασε μόνο περιορισμένα αποτελέσματα. Τελευταίο και σημαντικότερο, η ολιστική μας κατανόηση των επιτυχημένων OLEs είναι ελλιπής εν μέρει επειδή κάθε μελέτη θεωρούσε περιορισμένο μόνο αριθμό παραγόντων επιτυχίας. Ο αριθμός παραγόντων σε επίπεδο τεχνολογίας, περιεχομένου, μεθόδου και υποστήριξης εμπλέκεται και επηρεάζει τα OLE (βλ. Πίνακα 1). Μια πιο ολοκληρωμένη προσέγγιση θα μπορούσε να ενημερώσει καλύτερα το διδακτικό σχεδιασμό, την πρακτική και την περαιτέρω έρευνα.

Η εξ αποστάσεως εκπαίδευση προέκυψε ως απάντηση στην ανάγκη παροχής πρόσβασης σε όσους διαφορετικά δεν θα μπορούσαν να συμμετάσχουν σε μαθήματα πρόσωπο με πρόσωπο. Περιλαμβάνει εκείνα τα προγράμματα που επιτρέπουν στον εκπαιδευόμενο και τον εκπαιδευτή να διαχωριστούν σωματικά κατά τη διάρκεια της μαθησιακής διαδικασίας και να διατηρήσουν την επικοινωνία με διάφορους τρόπους. Η τεχνολογία έχει διαδραματίσει βασικό ρόλο στην αλλαγή της δυναμικής κάθε επιλογής παράδοσης με την πάροδο των ετών, καθώς και η παιδαγωγική πίσω από την εξ αποστάσεως εκπαίδευση. Η τεχνολογία είναι υπεύθυνη για τη στρέβλωση της έννοιας της απόστασης μεταξύ εκπαιδευόμενου και εκπαιδευτή και επιτρέπει στους εκπαιδευόμενους να έχουν πρόσβαση στην εκπαίδευση οποιαδήποτε στιγμή και από οποιοδήποτε μέρος. Οι αναδυόμενες τεχνολογίες διευκολύνουν επίσης τη δημιουργία σύγχρονων και ασύγχρονων δικτύων μάθησης μέσω του Διαδικτύου. Η ταχεία ανάπτυξη της διαδικτυακής εξ αποστάσεως

εκπαίδευσης παγκοσμίως ώθησε την ανάγκη αναθεώρησης των δομών παράδοσης και επανεξέτασης των παιδαγωγικών πρακτικών που ήταν κάποτε κατάλληλες. Καθώς εμφανίζονται οι νέες τεχνολογίες, οι εκπαιδευτικοί σχεδιαστές και οι εκπαιδευτικοί έχουν μοναδικές ευκαιρίες να προωθήσουν την αλληλεπίδραση και τη συνεργασία μεταξύ των μαθητών, δημιουργώντας έτσι μια πραγματική κοινότητα μάθησης. Η ύπαρξη της εξ αποστάσεως εκπαίδευσης βασίζεται στη δημιουργία μαθησιακών κοινοτήτων, σύμφωνα με τους Palloff και Pratt (1999). Μέσω της τεχνολογίας, η αλληλεπίδραση και η συνεργασία είναι πλέον εφικτές είτε σε ασύγχρονα είτε σε σύγχρονα δίκτυα μάθησης. Η εμφάνιση κοινωνικού λογισμικού, λογισμικού που επιτρέπει σε μια ομάδα ατόμων να συνεργαστούν μέσω του Διαδικτύου, έχει προσθέσει μια νέα διάσταση στην ηλεκτρονική μάθηση. Η ευελιξία του κοινωνικού λογισμικού και άλλων εργαλείων συνεργασίας που είναι διαθέσιμα σήμερα υποστηρίζει τα επικοινωνιακά περιβάλλοντα που επιδιώκουν να παρακινήσουν, να καλλιεργήσουν και να ικανοποιήσουν τις ανάγκες του μαθητή του 21ου αιώνα.

Οι Chickering και Ehrmann (1996) παρέχουν επτά αρχές για την εφαρμογή νέων τεχνολογιών σε προγράμματα εξ αποστάσεως εκπαίδευσης. Η ηλεκτρονική εξ αποστάσεως μάθηση μπορεί να ενσωματώσει αναδυόμενες τεχνολογίες για συγχρονισμένους ή ασύγχρονους τρόπους με την εφαρμογή αυτών των επτά αρχών. Ανεξάρτητα από τη μέθοδο παράδοσης, η τεχνολογία θα πρέπει:

- (1) Να ενθαρρύνει την επαφή μεταξύ φοιτητών και καθηγητών.
- (2) Να συμβάλλει στην ανάπτυξη της αμοιβαιότητας και της συνεργασίας μεταξύ των φοιτητών.
- (3) Να χρησιμοποιεί ενεργές τεχνικές μάθησης.
- (4) Να προσφέρει άμεση ανατροφοδότηση.
- (5) Να δίνει έμφαση στο χρόνο.
- (6) Να ανταποκρίνεται στις υψηλές προσδοκίες.
- (7) Να σέβεται τα διαφορετικά ταλέντα και τους τρόπους μάθησης.

Οι επτά αρχές, μαζί με τις συγκεκριμένες ανάγκες του μαθήματος, θα βοηθήσουν να προσδιοριστεί ο σκοπός και η λογική της ενσωμάτωσης της συγκεκριμένης τεχνολογίας και του πώς ωφελεί τον εκπαιδευόμενο.

Οι σχεδιαστές και οι διαχειριστές πρέπει να κατανοήσουν πώς το επιλεγμένο τεχνολογικό εργαλείο θα βοηθήσει στην αλληλεπίδραση και σε ποια είδη αλληλεπίδρασης θα προωθήσει. Τα νέα μοντέλα διδασκαλίας μπορούν να χρησιμοποιήσουν προληπτικά τις επτά αρχές όταν αντιμετωπίζουν τις ανάγκες του προγράμματος για να αποφύγουν τις παγίδες. Ο χρόνος είναι ουσιώδης τόσο για τους εκπαιδευόμενους, όσο και για τους εκπαιδευτές, τις δραστηριότητες και το περιεχόμενο πρέπει να είναι σχετικές και ενημερωμένες. Ο μαθητής του 21ου αιώνα θέλει να παραμείνει συνδεδεμένος με τους συνομηλίκους και να λάβει ταχεία ενημέρωση από τον εκπαιδευτή.

Ο μαθητής του 21ου αιώνα πιθανότατα προτιμά να εργάζεται σε μια ομάδα και όχι μεμονωμένα. Η συνεργασία είτε σε ασύγχρονα είτε σε σύγχρονα περιβάλλοντα μάθησης επιτρέπει στους μαθητές να ασκούν δεξιότητες πραγματικού κόσμου που ισχύουν για τον χώρο εργασίας. Η ενσωμάτωση των αναδυόμενων τεχνολογιών σε νέα μοντέλα διδασκαλίας πρέπει επίσης να λαμβάνει υπόψη τις πολιτισμικές διαφορές και τις μαθησιακές τάσεις, με σεβασμό στο άτομο (Beldarrain, 2006).

3.2 Σχολική εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση

Ιδιαίτερα, όσον αφορά το επίπεδο του σχολείου, η σχολική εξ αποστάσεως εκπαίδευση περιγράφει την εξ αποστάσεως διδασκαλία σε πρωτοβάθμιο ή δευτεροβάθμιο επίπεδο, η οποία απευθύνεται σε όλους τους μαθητές που παρακολουθούν τις εν λόγω εκπαιδευτικές βαθμίδες, ανεξαρτήτως ηλικίας, και η οποία στοχεύει, κυρίως μέσω συμπληρωματικού εκπαιδευτικού υλικού, να ενισχύσει το ρόλο του παραδοσιακού σχολείου, το οποίο οι διδασκόμενοι δύνανται να εξακολουθήσουν να παρακολουθούν (Λιοναράκης, 2006).

Επομένως, ένα από τα σημαντικότερα χαρακτηριστικά αυτού του είδους εκπαίδευσης είναι ότι δεν δρα ανταγωνιστικά ως προς την κλασική μορφή εκπαίδευσης αφού στόχος της είναι η επικουρία και η ενίσχυση της υπάρχουσας παραδοσιακής εκπαιδευτικής διαδικασίας, παρόλο που αποτελεί έναν κλάδο που αναπτύσσεται ανεξάρτητα από αυτόν της κλασικής εκπαίδευσης (Αβραάμ, 2002).

Βέβαια, όταν αναφερόμαστε στη σχολική εξΑΕ πρέπει να έχουμε υπόψη ότι αφορά κυρίως σε τρεις μορφές:

α) στην Αυτοδύναμη σχολική εξΑΕ, η οποία παρέχει ολοκληρωμένα προγράμματα πλήρως αναγνωρισμένα και ταυτόσημα με το συμβατικό σύστημα εκπαίδευσης, με διαφορές στο είδος του εκπαιδευτικού υλικού και της επικοινωνίας. Όταν αυτή η μορφή εκπαίδευσης, παρέχεται μέσω του διαδικτύου σε τηλεσυναντήσεις σύγχρονης ή ασύγχρονης επικοινωνίας, τότε μιλάμε για τα εικονικά σχολεία, όπως λειτουργούν στην Αμερική και την Αυστραλία.

β) στη Συμπληρωματική σχολική εξΑΕ, η οποία ακολουθεί τις μεθόδους της αυτόνομης, λειτουργεί όμως ενισχυτικά και παράλληλα με το συμβατικό σχολείο. Η συμπληρωματική εξ αποστάσεως εκπαίδευση μπορεί να αφορά, είτε στην παρακολούθηση μεμονωμένων μαθημάτων για συγκεκριμένους λόγους, είτε σε συνεργασίες σχολείων μέσα από τα σχολικά δίκτυα, με σκοπό την ολοκλήρωση κάποιων εργασιών και τη συμμετοχή σε τηλεδιασκέψεις διαφόρων μαθησιακών αντικειμένων.

γ) στη Μεικτή/ Πολυμορφική /Συνδυαστική εκπαίδευση, η οποία συνιστά μια όσο το δυνατό καλύτερη όσμωση μεταξύ συμβατικών τρόπων μάθησης και εξ αποστάσεως διαδικτυακών μορφών εκπαίδευσης, με στόχο την ουσιαστική αλληλεπίδραση.

Γενικότερα παρατηρούμε ότι υπάρχει μια τάση ανάπτυξης της σχολικής εξΑΕ υπαγορευμένης από τις οικονομικές δυνατότητες, τις κοινωνικές επιταγές και τις τεχνολογικές εξελίξεις της εποχής, προκειμένου να καταργηθεί η απόσταση και να ενσωματωθούν απομονωμένες περιοχές με στόχο μια εξατομικευμένη, ευέλικτη και εξειδικευμένη εκπαιδευτική διαδικασία και εν τέλει μάθηση.

Σύμφωνα με τους Βεργίδη, Λιοναράκη, Λυκουργιώτη, Μακράκη και Ματραλή (1999), η εξ αποστάσεως εκπαίδευση είναι ένας τρόπος εκπαίδευσης που είναι εφικτό να έχει εφαρμογή σε κάθε επίπεδο εκπαίδευσης, εξυπηρετώντας ουσιαστικά εκείνες τις ομάδες ατόμων που για οποιουδήποτε λόγους δεν είναι σε θέση να παρακολουθήσουν μαθήματα στα πλαίσια μια συμβατικής, παραδοσιακής τάξης. Ενώ ο εκπαιδευόμενος που συμμετέχει σε μια τέτοια διαδικασία ενδέχεται να απέχει μεγάλη απόσταση από τον εκπαιδευτικό, λαμβάνει την αντίστοιχη καθοδήγηση από τον εκπαιδευτή, η οποία μπορεί να πάρει

ποικίλες μορφές, όπως τηλεφωνική επικοινωνία, χρήση ηλεκτρονικού ταχυδρομείου ή ακόμα και διεξαγωγή ομαδικών συμβουλευτικών συναντήσεων.

Οι Γκιόσος, Μαυροειδής και Κουτσούμπα (2008) επισημαίνουν ότι οι ρίζες της συγκεκριμένης μορφής εκπαίδευσης εντοπίζονται στις αρχές του 19ου αιώνα, στις επονομαζόμενες σπουδές διά αλληλογραφίας, ωστόσο η ραγδαία εξέλιξή τους στη σύγχρονη εποχή προέκυψε ως επακόλουθο της αντίστοιχης ανάπτυξης της τεχνολογίας. Η σημερινή τεχνολογική ανάπτυξη και τα τεχνολογικά μέσα που είναι διαθέσιμα καθιστούν αδιαμφισβήτητο γεγονός πως η εκπαιδευτική διαδικασία δε λαμβάνει πλέον αποκλειστικά χώρα μέσα σε μια σχολική αίθουσα (Kotluk & Kocakaya, 2016).

4. ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

4.1 Ανάπτυξη της επιστήμης της Δυναμικής Γεωμετρίας.

Η συνεχής εξέλιξη της τεχνολογίας έχει επηρεάσει κάθε πτυχή της καθημερινότητας μας. Η επεξεργασία των δεδομένων πλέον γίνεται σχεδόν ακαριαία, τα γραφικά γίνονται όλο και υψηλότερης ανάλυσης και οι όλο και υψηλότερες ταχύτητες του διαδικτύου κάνουν την αλληλεπίδραση, ακόμα και με το πιο απομακρυσμένο μέρος του πλανήτη, καθημερινό φαινόμενο. Έτσι δόθηκε η δυνατότητα να αναπτυχθούν εξελιγμένα προγράμματα και εφαρμογές τα όποια με τη σειρά τους οδήγησαν στην δημιουργία ακόμη και επιστημονικών κλάδων. Μια τέτοια επιστήμη είναι και η Δυναμική Γεωμετρία (ΔΓ) που έκανε την εμφάνιση της στις αρχές τις δεκαετίας του 80 με τα πρώτα προγράμματα.

Οι Andreja Istenic Starcic, Mara Cotic and Matej Zajc (2013) αναφέρουν επίσης, ότι η διδασκαλία και η εκμάθηση της γεωμετρίας στα μαθηματικά είναι μια πολύ περίπλοκη δραστηριότητα. Βασίζεται κυρίως στην παρατήρηση και την ανάπτυξη της χωρικής αντίληψης και συνεπώς στη δημιουργία γεωμετρικών μοντέλων πραγματικών καταστάσεων. Η απεικόνιση των εννοιών της γεωμετρίας αποτελεί βασικό στοιχείο της διαδικασίας ανάπτυξης γεωμετρικών συλλογισμών και θα πρέπει να θεωρηθεί υποχρεωτικό βήμα στην ανάπτυξη γνωστικών διαδικασιών. Έτσι, όπως αναφέρουν και Cotic, Felda, Mesinovic & Simcic (2011), οι μαθητές, με στόχο την εκμάθηση των γεωμετρικών εννοιών (π.χ. περίμετρος, εμβαδόν κλπ.), προσφέρονται διαφορετικοί διδακτικοί πόροι, όπως ψηφιδωτά, γεώπλακες, τάνγκραμ, σχέδια και σχήματα των σωμάτων.

Τα διδακτικά προγράμματα υπολογιστών υποστηρίζουν την ολοκληρωμένη επεξεργασία μιας ποικιλίας γεωμετρικών εννοιών που τα βιβλία συζητούν χωριστά. Με προσεκτικό σχεδιασμό, οι μαθητές μπορούν σταδιακά να μάθουν να διαχειρίζονται απλές και σύνθετες γεωμετρικές δομές επικεντρώνοντας την προσοχή τους στη σχέση μεταξύ των γεωμετρικών στοιχείων. Μόλις οι μαθητές αντιληφθούν τις έννοιες, μπορούν να προχωρήσουν σχεδιασμό διαδικασιών με τη χρήση γεωμετρικών εργαλείων για την ανάπτυξη κινητικών δεξιοτήτων (Starcic, Cotic & Zajc, 2012; Arcavi & Hadas, 2000; Leask & Meadows, 2012; Hennessy, Harrison & Wamakote, 2010; Saha, Ayub & Tarmizi, 2010).

Σύμφωνα με τους Christou, Mousoulides, Pittalis και Pitta-Pantazi (2004), στο κείμενο τους «Proof's through exploration in Dynamic Geometry Environments», η πρόσφατη ανάπτυξη ισχυρών νέων τεχνολογιών όπως το λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας (Dynamic Geometry Software - DGS) με ικανότητα ολίσθησης κατέστησε δυνατή τη συνεχή μεταβολή των γεωμετρικών εννοιών και επιτρέπει σε κάποιον να διερευνήσει γρήγορα και εύκολα εάν συγκεκριμένες εικασίες είναι αληθινές ή όχι. Ο κύριος σκοπός αυτής της μελέτης ήταν να προσδιοριστούν οι λειτουργίες των λογισμικών δυναμικής γεωμετρίας, τα οποία επιτρέπουν στους μαθητές να μετακινηθούν από την εμπειρική διερεύνηση ενός προβλήματος στην απόδειξη. Στη φάση προ-απόδειξης, έδειξαν πώς τα καθήκοντα ρουτίνας στην παραδοσιακή γεωμετρία θα μπορούσαν να προσεγγιστούν με τη χρήση της τεχνολογίας ως ανοιχτά προβλήματα. Το λογισμικό επέτρεψε στους μαθητές να κατασκευάσουν τα κατάλληλα στοιχεία και στη συνέχεια να ενεργήσουν προκειμένου να εντοπιστούν υποθέσεις που δεν είναι εύκολο να παρατηρηθούν εκ των προτέρων (Laborde, 2000). Αυτές οι ενέργειες ήταν σημαντικές για τους μαθητές κατά τη διάρκεια της φάσης απόδειξης και τη φάση της πνευματικής πρόκλησης, επειδή τους επέτρεψαν να αναζητήσουν μαθηματικά επιχειρήματα για να υποστηρίξουν τις υποθέσεις τους. Η αλληλεπίδραση μεταξύ δράσης (κατασκευές και μετρήσεις) και των ιδιοτήτων προσέφεραν στους μαθητές το κίνητρο και το πλαίσιο για να εξηγήσουν τις εικασίες τους και έφτασαν στην απόδειξη μέσω του συλλογισμού (Hanna, 2000; Saha, Ayub & Tarmizi, 2010).

Τέλος, υπάρχουν και άλλα λογισμικά όπως είναι το Φωτόδεντρο, η Ιφιγένεια και ο Αίσωπος. Το Φωτόδεντρο είναι ο Εθνικός Συσσωρευτής Εκπαιδευτικού Περιεχομένου για την Πρωτοβάθμια και τη Δευτεροβάθμια εκπαίδευση. Αποτελεί την κεντρική διαδικτυακή υπηρεσία του Υπουργείου Παιδείας, Έρευνας και Θρησκευμάτων για την ενοποιημένη αναζήτηση και διάθεση ψηφιακού εκπαιδευτικού περιεχομένου στα σχολεία. Η βιβλιοθήκη εκπαιδευτικών δραστηριοτήτων «Ιφιγένεια» (<http://ifigeneia.cti.gr/repository>) περιλαμβάνει εκπαιδευτικό υλικό για την αξιοποίηση των ψηφιακών τεχνολογιών στην εκπαιδευτική διαδικασία. Δημιουργήθηκε προκειμένου να αποτελέσει εργαλείο για τους επιμορφωτές και τους εκπαιδευτικούς που συμμετέχουν στα προγράμματα επιμόρφωσης Β' επιπέδου, στην ανεύρεση υλικού (εκπαιδευτικές δραστηριότητες) για την υλοποίηση της πρακτικής άσκησης/ εφαρμογής στην τάξη. Η πλατφόρμα «Αίσωπος» αναπτύχθηκε

από το Ινστιτούτο Εκπαιδευτικής Πολιτικής και αποτελεί ένα πρωτοποριακό ολοκληρωμένο εργαλείο Ανάπτυξης, Σχεδίασης, Συγγραφής, Αξιολόγησης και Παρουσίασης Ψηφιακών Διαδραστικών Διδακτικών Σεναρίων σε ένα σύγχρονο και λειτουργικό περιβάλλον.

Τα λογισμικά δυναμικής γεωμετρίας, μπορούν να βοηθήσουν τους εκπαιδευτικούς να βελτιώσουν τη διδασκαλία τους και τους εκπαιδευόμενους να εμπλουτίσουν τις δεξιότητές τους. Η κατάλληλη εφαρμογή της δυναμικής γεωμετρίας μπορεί να εξελίξει την ανώτερη μαθηματική σκέψη των παιδιών (NCTM, 2000; Saha, Ayub & Tarmizi, 2010; Βοσνιάδου, 2006^b). Οι μαθητές πρέπει να αισθάνονται ότι η μάθηση είναι για αυτούς και ότι συμβάλλουν στη διαμόρφωση του εκπαιδευτικού περιεχομένου, αλλά και στο μαθησιακό περιβάλλον.

Τα ίδια δεδομένα εξάγονται και στο άρθρο των Λουκά Τσούκκα, Ξένια Ξυστούρη, Κωνσταντίνου Χρίστου και Δήμητρα Πίττα- Πανταζή (2004) με τίτλο «Δυναμική Γεωμετρία: Η περίπτωση της διδασκαλίας εμβαδού και απόδειξης μέσω μετασχηματισμού», όπου μέσα από τα σενάρια διδασκαλίας διαφαίνεται ο ρόλος που μπορεί να διαδραματίσει η δυναμική γεωμετρία στον τρόπο που προσεγγίζονται και διδάσκονται οι γεωμετρικές έννοιες (π.χ. περίμετρος και εμβαδόν), στον τρόπο ανάπτυξης των δεξιοτήτων των μαθητών και στην επαφή τους με τον επαγωγικό τρόπο σκέψης και απόδειξης.

Στο άρθρο που έγραψαν οι Πιτάλης, Μουσουλίδης και Χρίστου (2004) «Νέες προοπτικές στη διδασκαλία της γεωμετρίας: Η περίπτωση του εμβαδού πολυγώνων», παρουσιάζουν δραστηριότητες για τη διδασκαλία του εμβαδού των πολυγώνων χρησιμοποιώντας λογισμικό δυναμικής γεωμετρίας EuclidDraw Jr. Το πρόγραμμα αυτό, σύμφωνα με τους συγγραφείς, δίνει τη δυνατότητα στα παιδιά, μέσω των εργαλείων διαχωρισμού και ένωσης πολυγώνων, να υπολογίσουν το εμβαδόν τους (Christou, Mousoulides, Pittalis & Pitta-Pantazi, 2004). Επίσης, αναφέρουν ότι τα λογισμικά δυναμικής γεωμετρίας δίνουν την ευκαιρία στο μαθητή για αλληλεπίδραση και φυσική, ευχάριστη, συνεργατική μάθηση. Συν τοις άλλοις, τέτοιου είδους λογισμικά διευκολύνουν την ανάπτυξη, τη διαμόρφωση και το μετασχηματισμό των νοητικών διαδικασιών. Ακόμα, ενισχύουν την ικανότητα των μαθητών για αιτιολόγηση και απόδειξη και τους βοηθά στην

διαφοροποίηση της πραγματιστικής και εννοιολογικής αντίληψης. Τέλος, το λογισμικό «Cabri Geometry II» επιτρέπει στον χρήστη, να κατασκευάζει οποιοδήποτε γεωμετρικό σχήμα και να το επεξεργάζεται μετρώντας τα βασικά μεγέθη του (περίμετρος, εμβαδόν και μέτρα των γωνιών του) (Νιτσοτόλης, 2014).

4.2 Λογισμικά Δυναμικής Γεωμετρίας

4.2.1 *Geogebra*

Το GeoGebra αποτελεί ένα δυναμικό λογισμικό το οποίο χρησιμοποιείται στην διδασκαλία κυρίως της γεωμετρίας, της άλγεβρας, της ανάλυσης, της στατιστικής κ.α. Αξίζει να σημειωθεί πως είναι ένα ανοιχτό λογισμικό το οποίο προτείνεται και είναι κατάλληλο σχεδόν για όλες τις βαθμίδες της εκπαίδευσης (δημοτικό ως πανεπιστήμιο), ενώ είναι τροποποιήσιμο για κάθε επίπεδο και περιεχόμενο της διδασκαλίας. Ένα ακόμη πλεονέκτημα του είναι πως είναι μεταφρασμένο στα ελληνικά και είναι δωρεάν για όλους (<http://www.ucy.ac.cy>).

4.2.2 *Cabri Geometry II*

Το Cabri Geometry II αποτελεί ακόμη ένα δυνατό λογισμικό της διδασκαλίας και της κατασκευής γεωμετρικών εννοιών τόσο στην Γεωμετρία όσο και στην Τριγωνομετρία. Είναι χρήσιμο να αναφερθεί πως το παρόν λογισμικό δεν παρέχεται δωρεάν, είναι απαραίτητη η εγκατάσταση του και είναι ιδανικό για την οργάνωση δραστηριοτήτων διερευνητικής μάθησης τόσο μέσα στην σχολική αίθουσα όσο και στο σπίτι (thales.math.uoc.gr).

4.2.3 *The Geometer's Sketchpad (GSP)*

Το «The Geometer's Sketchpad» αποτελεί ένα ισχυρό λογισμικό και χρησιμοποιείται στην διδασκαλία της Γεωμετρίας, της Άλγεβρας και της Τριγωνομετρίας. Δυστυχώς το παρόν λογισμικό δεν παρέχεται δωρεάν, δίνεται δωρεάν μόνο για λίγο και μάλιστα χωρίς να παρέχονται όλες οι λειτουργίες του, στη συνέχεια αν επιθυμεί ο χρήστης να το χρησιμοποιήσει θα πρέπει να το αγοράσει. Αξίζει να σημειωθεί πως για να χρησιμοποιηθεί θα πρέπει πρώτα να εγκατασταθεί. Διαθέτει ένα τεράστιο αριθμό

εφαρμογών και δυνατοτήτων με τις οποίες είναι δυνατή η επίλυση πολλών προβλημάτων. Είναι κατάλληλο από την Πέμπτη τάξη δημοτικού μέχρι και το Λύκειο.

4.2.4 *Euclidraw (EUC)*

Ένα ακόμη πολύ σύγχρονο σχεδιαστικό εργαλείο είναι το EucliDraw (EUC), το οποίο χρησιμοποιείται για τον σχεδιασμό σχημάτων της Ευκλείδειας Γεωμετρίας του επιπέδου. Συγκεκριμένα αυτό το λογισμικό μπορεί να προσομοιώσει το φύλλο χαρτιού, τον κανόνα, τον διαβήτη, καθώς και δεκάδες άλλων ειδικών εργαλείων που επιτρέπουν τον σχεδιασμό συνθέτων σχημάτων γρήγορα και με ακρίβεια. Επιπροσθέτως εκτός από τα εκατοντάδες έτοιμα εργαλεία που διαθέτει, δίνει την δυνατότητα στον χρήστη λόγω του ολοκληρωμένου περιβάλλοντος προγραμματισμού που έχει να μπορεί να γράψει αλλά και να κατασκευάσει ο ίδιος όποια εργαλεία επιθυμεί(<http://www.ucy.ac.cy>).

4.2.5 *Cinderella*

Ένα ακόμα εξίσου σημαντικό με τα προαναφερθείσα λογισμικά στην διδασκαλία της γεωμετρίας είναι το Cinderella, το οποίο δίνει την δυνατότητα στον χρήστη να δημιουργεί από απλές τριγωνικές σχέσεις μέχρι και τριγωνομετρικά θεωρήματα, fractals καθώς και ομάδες μετασχηματισμών. Τέλος το παρόν εργαλείο επιτρέπει στον χρήστη να δημιουργεί και να χειρίζεται με δυναμικό τρόπο τις κατασκευές του.

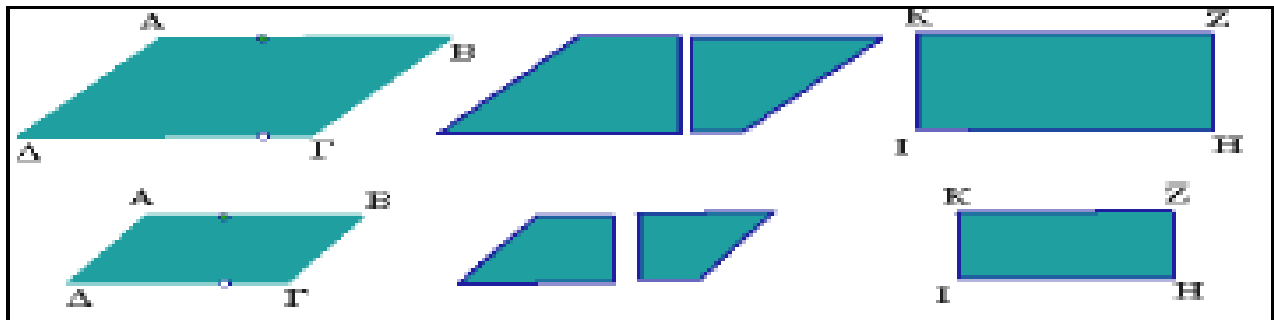
4.2.6 *Geonext*

Το Geonext αποτελεί ένα λογισμικό μαθηματικών το οποίο δείχνει νέους τρόπους της διδασκαλίας τους. Μέσω αυτού πραγματοποιούνται απεικονίσεις που δεν θα ήταν δυνατόν να γίνουν στον χαρτί ή στον παραδοσιακό πίνακα. Παρέχεται δωρεάν στους χρήστες και χρησιμοποιείται τόσο στο σχολείο (σε όλες τις βαθμίδες εκπαίδευσης δημοτικό-πανεπιστήμιο) όσο και στο σπίτι. Τέλος λειτουργεί και αυτόνομα και με κάποια ενσωμάτωση σε περιβάλλον μάθησης βασισμένο σε HTML (thales.math.uoc.gr).

4.3 Πρόταση Διδασκαλίας με τη χρήση λογισμικού Δυναμικής Γεωμετρίας.

Στο παρόν κεφάλαιο της εργασίας θα παρουσιαστεί μια διδακτική πρόταση που εστιάζει στη διδασκαλία του εμβαδού παραλληλόγραμμου με τη χρήση της δυναμικής γεωμετρίας. Οι δυνατότητες της δυναμικής γεωμετρίας είναι πολλαπλές και συμβάλλουν στην καλύτερη κατανόηση των εννοιών που διαπραγματεύεται η γεωμετρία. Στόχος της παρούσας διδακτικής πρότασης είναι η διδασκαλία της έννοιας του εμβαδού σε ένα παραλληλόγραμμο σχήμα. Οι δύο δραστηριότητες βασίζονται στην ύλη της Στ' τάξης του Δημοτικού Σχολείου. Ο ρόλος του εκπαιδευτικού στη διδασκαλία μέσω της δυναμικής γεωμετρίας είναι καθοδηγητικός, αφού το λογισμικό Euclidraw δίνει τη δυνατότητα στο μαθητή να αυτενεργήσει.

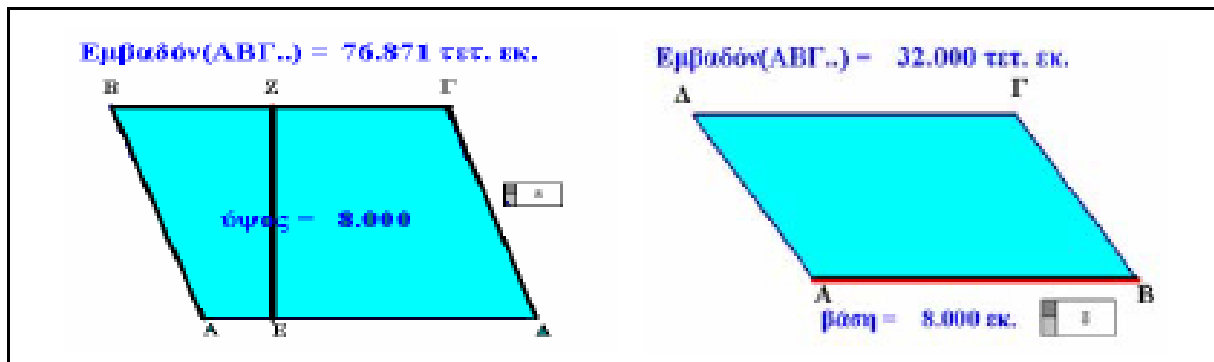
Αρχικά, στην πρώτη δραστηριότητα θα ζητηθεί από τους μαθητές να φτιάξουν ένα παραλληλόγραμμο ή να το ανακατασκευάσουν έτσι ώστε να μπορεί να υπολογιστεί το εμβαδόν του. Το λογισμικό Euclidraw δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές να κάνουν χρήση σημαντικών εργαλείων όπως είναι η αποκοπή πολυγώνου του προγράμματος, έτσι ώστε να μπορέσουν να διαχωρίσουν το παραλληλόγραμμο σχήμα σε δύο μέρη, τα οποία στη συνέχεια θα τα χρησιμοποιήσουν για να κατασκευάσουν ένα ορθογώνιο (Σχήμα 1).



Σχήμα 1: Ανακατασκευή σχήματος παραλληλόγραμμου.

Στη συνέχεια, τα παιδιά θα κληθούν να μετρήσουν το εμβαδόν του αρχικού παραλληλογράμμου και του ορθογωνίου που κατασκεύασαν και θα πρέπει να κατανοήσουν ότι έχουν ίσο εμβαδό. Έπειτα, ο εκπαιδευτικός τους παροτρύνει να αλλάξουν τις διαστάσεις του αρχικού τους παραλληλογράμμου σύροντας το από μια κορυφή. Η δυνατότητα που δίνει η δυναμική γεωμετρία είναι ότι τα παιδιά έχουν τη δυνατότητα παρατήρησης τόσο της αρχικής, όσο και της τελικής μορφής του σχήματος.

Στη δεύτερη δραστηριότητα ο εκπαιδευτικός θα δώσει στα παιδιά προσχεδιασμένα σχήματα (Σχήμα 2) με μετρητή και θα τους παροτρύνει να μεταβάλλουν μόνο το ύψος ή μόνο τη βάση του παραλληλογράμμου, παρατηρώντας παράλληλα τις μορφές που λαμβάνει το σχήμα. Η παρατήρηση που αναμένεται να κάνουν οι μαθητές είναι ότι το εμβαδόν του σχήματος αλλάζει.



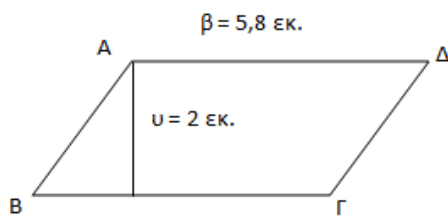
Εικόνα 3: Η σχέση του εμβαδού του παραλληλόγραμμου με τη βάση και το ύψος του.

Τέλος, αφού γίνουν όλες οι απαραίτητες δραστηριότητες στο λογισμικό της δυναμικής γεωμετρίας, θα δοθεί στα παιδιά το παρακάτω φύλλο εργασίας, έτσι ώστε να διαπιστωθεί σε ποιο βαθμό κατέκτησαν τις διδαχθείσες γνώσεις.

1. Συμπληρώνω τον πίνακα που αναφέρεται σε παραλληλόγραμμο.

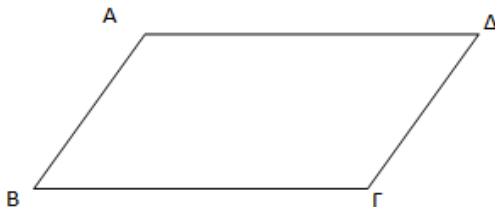
βάση	ύψος	εμβαδό
3,2 μ.		22,88 τ. μ.
	5,4 μ.	25,92 τ. μ.
2,4 μ.	0,25 μ.	
0,12 μ.		0,0384 τ. μ.
	5 μ.	62 τ. μ.

2. Βρίσκω το εμβαδό του πλάγιου παραλληλογράμμου.



ΛΥΣΗ

3. Το παρακάτω σχήμα δείχνει ένα οικόπεδο σχήματος παραλληλογράμμου που πουλιέται προς 200 ευρώ το τ. μ. Πόσο κοστίζει για να το αγοράσουμε;



ΛΥΣΗ

5. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η ποικιλομορφία που επικρατεί στις ΤΠΕ καλύπτει όλο το εύρος της σχολικής ζωής. Ο πλουραλισμός που προσφέρεται μπορεί να λύσει κάθε εκπαιδευτικό πρόβλημα και να κάνει το μάθημα πιο εύκολο και ενδιαφέρον. Όπως είναι εύκολα αντιληπτό οι ΤΠΕ έχουν συνδράμει γενικά στη πρόοδο της εκπαίδευσης. Πιο συγκεκριμένα μέσω εκπαιδευτικών εφαρμογών έχουν συμβάλει στη πρόοδο της διδασκαλίας και μάθησης, καθώς και γενικότερα στη διαχείριση του σχολικού περιβάλλοντος. Όσον αφορά το πώς ενσωματώνονται οι ΤΠΕ στην εκπαίδευση εξαρτάται από τις εκάστοτε συνθήκες. Για παράδειγμα το αναλυτικό πρόγραμμα, το επίπεδο των μαθητών και εκπαιδευτικών και τους στόχους που έχουν τεθεί. Επιπλέον σημαντικό ρόλο στην ενσωμάτωση των νέων τεχνολογιών των ΤΠΕ καθορίζουν η κατάσταση που επικρατεί στην οικονομία, τη κοινωνία και γενικότερα στη πολιτική. Όπως είναι προφανές όλες οι εκπαιδευτικές πρακτικές εξαρτώνται από το ευρύτερο κοινωνικό περιβάλλον. Τέλος εξέχοντα ρόλο στην ενσωμάτωση έχουν η τεχνολογική πρόοδος, καθώς και οι φιλοσοφικές και ιδεολογικές τάσεις. (Κόμης & Μικρόπουλος, 2001).

«Είμαι εκ φύσεως αισιόδοξος. Εντούτοις κάθε τεχνολογία ή δώρο της επιστήμης έχει και μια σκοτεινή πλευρά. Ο ψηφιακός κόσμος δεν αποτελεί εξαίρεση σ' αυτόν το κανόνα. Η επόμενη δεκαετία θα γνωρίσει περιπτώσεις κατάχρησης πνευματικής ιδιοκτησίας (και αυτό το 1995), και εισβολής στην προσωπική ζωή. Θα γνωρίσουμε ψηφιακούς βανδαλισμούς, πειρατείες λογισμικού και κλοπές δεδομένων. Η ιδέα απασχόλησης ενός εργαζομένου για μια ζωή σε μια συγκεκριμένη εργασία έχει αρχίσει σιγά- σιγά να εξαφανίζεται» (Νεγρεπόντης 1995).

Με βάση τον αρχικό προβληματισμό που τέθηκε στη συγκεκριμένη μελέτη διαπιστώθηκε βάση των ερευνών ότι οι μαθητές επιζητούν την παράλληλη και πολλαπλή πληροφορία από γρήγορες και πολυμεσικές πηγές, με εικόνες, ήχους και βίντεο, και τη μάθηση επίκαιρης γνώσης, αλληλοδραστικής, άμεσα διασκεδαστικής και παρέχουσας ικανοποίηση (Βοσνιάδου, 2006α).

Ένα από τα πιο σημαντικά πλεονεκτήματα που διαφάνηκε από τη μελέτη είναι ότι η δυναμική γεωμετρία ενθαρρύνει την «έρευνα» των μαθητών. Η εξερεύνηση ενός προβλήματος είναι από τη φύση του εμπειρική και, με την πρώτη ματιά, φαίνεται ότι δεν

εντάσσεται στον εξαγωγίμο χαρακτήρα των γεωμετρικών αποδείξεων. Όταν η εμπειρική και επαγωγική διάσταση πρόκειται να προστεθεί στην παιδαγωγική δομή που παραδοσιακά διακατέχεται από μια ριζωμένη λογική αφαίρεσης, κάποιος πρέπει να συνδυάσει αυτές τις δύο φαινομενικά αντίθετες προοπτικές.

Η παραδοσιακή διδασκαλία υπογραμμίζει ότι μια μαθηματική δήλωση είναι αληθής, αν μπορεί να αποδειχθεί, οδηγεί τους μαθητές να διακρίνουν την απόδειξη από τις διερευνητικές δραστηριότητες. Ωστόσο, οι De Villiers (1996) και Hanna (2000) ανέφεραν ότι στην πραγματική μαθηματική έρευνα, οι εκπαιδευτικοί πρέπει πρώτα να πείσουν τους εαυτούς τους ότι μια μαθηματική δήλωση είναι αληθινή και στη συνέχεια να κινηθούν προς την απόδειξη. Μέσω των λογισμικών δυναμικής γεωμετρίας οι μαθητές μπορούν εύκολα να πεισθούν για τη γενική ισχύ μιας εικασίας βλέποντας την αλήθεια στην οθόνη, ενώ τα γεωμετρικά αντικείμενα υπόκεινται σε συνεχείς μετασχηματισμούς. Τα εργαλεία αυτά συνδυαστικά με τις δυνατότητες των λογισμικών Δυναμικής Γεωμετρίας, όπως το ότι παρέχουν στον εκπαιδευόμενο την ευκαιρία κατασκευής γεωμετρικών αντικειμένων συντηρώντας τις μεταξύ τους σχέσεις, αναπτύσσουν ένα περιβάλλον μάθησης πλούσιο σε ερεθίσματα (Jones, 2000).

Ο απώτερος στόχος του σχολείου θα πρέπει να είναι ο μετασχηματισμός των σημερινών περιβαλλόντων μάθησης, ώστε να οικοδομήσουν τη μάθηση του μέλλοντος. Τα λογισμικά δυναμικής γεωμετρίας, μπορούν να βοηθήσουν τους εκπαιδευτικούς να βελτιώσουν τη διδασκαλία τους και τους εκπαιδευόμενους να εμπλουτίσουν τις δεξιότητές τους. Η κατάλληλη εφαρμογή της δυναμικής γεωμετρίας μπορεί να εξελίξει την ανώτερη μαθηματική σκέψη των παιδιών (NCTM, 2000; Saha, Ayub & Tarmizi, 2010; Βοσνιάδου, 2006β). Οι μαθητές πρέπει να αισθάνονται ότι η μάθηση είναι για αυτούς και ότι συμβάλλουν στη διαμόρφωση του εκπαιδευτικού περιεχομένου, αλλά και στο μαθησιακό περιβάλλον.

Οι εκπαιδευόμενοι πρέπει να κινητοποιούνται από αυτό που μαθαίνουν και θα πρέπει να συμμετέχουν ως μέτοχοι στη διαδικασία της μάθησης. Οι χρήση των νέων τεχνολογιών, δίνει στον εκπαιδευόμενο την αίσθηση ότι είναι «κομμάτι» όλης της διαδικασίας και συμμετέχει ενεργά σε όλα τα επίπεδα πραγμάτωσης της μάθησης. Όταν το κέντρο των εκπαιδευτικών ενεργειών είναι ο μαθητής δημιουργείται μια νέα δυναμική κοινωνικότητα

και δεοντολογία στην καλλιέργεια της γνώσης. Μια εκπαίδευση, που είναι αληθινά συμμετοχική, αλλάζει το ρου της γνώσης, ώστε οι μαθητές και οι εκπαιδευτικοί να συμμετέχουν πιο ενεργά στην οικοδόμησή της.

Τέλος, στην κατασκευή όλου του θεωρητικού οικοδομήματος θα συμβάλλει η διενέργεια εμπειρικών ερευνών, τόσο στον ελλαδικό, όσο και στο διεθνή χώρο με πρακτικές δοκιμασίες των λογισμικών δυναμικής γεωμετρίας. Αυτό θα έχει ως αποτέλεσμα, να διαπιστωθεί η εξέλιξη ή μη των μαθητών στην κατανόηση των εννοιών της γεωμετρίας και με τη συνεπακόλουθη κατασκευή ανιχνευτικών εργαλείων αξιολόγησης.

Οι ΤΠΕ και γενικά η τεχνολογία δε πρέπει να αποτελεί εμπόδιο στους ήδη μειονεκτούντες (Moss, 2002; Gorski, 2002). Όπως είπε και ο Lipkin (Angus et. al. 2004) «*εάν μια συγκεκριμένη φυλή, φύλο ή ομάδα κατέχουν μια κατώτερη κοινωνική θέση, αρκεί μόνο να προσθέσεις ένα και ένα για να αντιληφθείς ότι η τεχνολογία θα επιδεινώσει το πρόβλημα*». Σύμφωνα με αυτή τη θεώρηση οι ΤΠΕ στην εκπαίδευση γίνονται αντιληπτές ως «*ένας χώρος εξουσίας που αντανακλούν ένα σύνθετο συνδυασμό πολιτικών και κοινωνικών δυνάμεων που προηγούνται*». Δε δίνεται η πρότερη προσοχή στις τεχνικές δυνατότητες των ΤΠΕ, αλλά στο εκπαιδευτικό πλαίσιο στο οποίο αυτές εντάσσονται, αφού όπως ισχυρίζεται ο Warschauer (2000), «*η διάχυση των νέων τεχνολογιών παράγει ελάχιστα αποτελέσματα εάν οι υφέρπουσες σχέσεις δεν αλλάζουν*»

Η καινοτομία στα σχολεία είναι δυνατή, αλλά δύσκολη. Στόχος πρέπει να είναι η καινοτομία, ο λαός και ο πολιτισμός του σχολείου. Για να γίνει πραγματική, παρά συμβολική, αλλαγή (Fullan, 1991), πρέπει να λάβουμε υπόψη τις προειδοποιήσεις των Hall και Hord (1987), Dwyer και συνεργάτες (1990) και Szabo (2002) ότι η αλλαγή είναι μια διαδικασία. Οι καινοτομίες δεν εισέρχονται σε καταστάσεις και αλλάζουν αμέσως τα πάντα. Η πραγματική αλλαγή απαιτεί χρόνο. Επιπλέον, πρέπει να ληφθεί υπόψη η προειδοποίηση του Bruce (1993) ότι οι καινοτομίες δεν είναι οι βασικοί παράγοντες. Αντ' αυτού, πρέπει να επικεντρωθούμε σε αυτούς που συμμετέχουν στην κατάσταση που θα ερμηνεύσουν και θα αναδημιουργήσουν την καινοτομία.

Έτσι ο μεγεθυντικός φακός θα εστιάσει στον δάσκαλο. Η αλλαγή θα επέλθει εάν οι συμμετέχοντες δεν είναι ικανοποιημένοι με την τρέχουσα κατάσταση και επιθυμούν να την αλλάξουν. Επίσης, η αλλαγή είναι δυνατή αν τους παρέχεται η κατάλληλη κατάρτιση

για να αποκτήσουν τις απαραίτητες γνώσεις και δεξιότητες, οι κατάλληλοι πόροι, αλλά και να συμμετέχουν αληθινά και ισότιμα στη διαδικασία λήψης αποφάσεων, έτσι ώστε να υπάρξουν ριζικοί μετασχηματισμοί στα σχολικά πλαίσια. Πρέπει οι ΤΠΕ να λειτουργούν ως εργαλεία μετάδοσης γνώσεων και να ευνοούν το σύνολο της κοινωνίας. Για να ξεπεραστούν αυτές οι αντιλήψεις και προκαταλήψεις απέναντι στη τεχνολογία χρειάζεται χρόνος και σταδιακή μετάβαση. Μάλιστα στα τελευταία στάδια αυτής της μετάβασης απαιτείται μια γενικότερη αλλαγή αντίληψης παρά απόκτηση δεξιοτήτων (Russel, 1995). Για αυτό το λόγο απαιτείται καθημερινή επιμόρφωση για να επέλθουν αλλαγές στο τρόπο διδασκαλίας. Σύμφωνα με την Διαμαντοπούλου Α. (2003), «το κλείσιμο του χάσματος μεταξύ δεξιοτήτων και φύλων αποτελεί προτεραιότητα στην ατζέντα κοινωνικής πολιτικής κι έτσι, αρκετά κράτη μέλη έχουν ήδη περιλάβει στα εθνικά σχέδια δράσης τους, την πρόσβαση και τη συμμετοχή και των δύο φύλων στην κοινωνία της γνώσης δίνοντας προτεραιότητα στην αύξηση της πρόσβασης των γυναικών στην τεχνολογία και εμπλέκοντας όλους τους φορείς σε εθνικό και περιφερειακό επίπεδο». Έτσι θα κλείσει αυτή η ψαλίδα και θα διαμορφωθεί μια ενιαία, σταθερή και μαζική κουλτούρα σχετικά με την εφαρμογή των ΤΠΕ στην εκπαίδευση (Καλαντζής, 2011).

Εν κατακλείδι, η πλήρης ενσωμάτωση και η ουσιαστική αξιοποίηση των τεχνολογιών στη εκπαιδευτική και μαθησιακή διαδικασία οδηγεί το εκπαιδευτικό σύστημα σε ολικό μετασχηματισμό έτσι ώστε να ανταποκρίνεται τόσο στις ανάγκες των μαθητών, όσο και στις επιταγές της σύγχρονης τεχνολογικής κοινωνίας. Η συστημική αλλαγή πρέπει να γίνει πρωτίστως στο θεσμικό πλαίσιο, με στόχο την ώθηση των Νέων Τεχνολογιών, αλλά και να απαιτηθεί η τεχνολογική επιμόρφωση των εκπαιδευτικών, έτσι ώστε να έχουν οι μαθητές ένα «τεχνολογικό μέλλον».

5.1 Περιορισμοί της Έρευνας και Μελλοντικές Προτάσεις για έρευνα

Τα πορίσματα της συγκεκριμένης ερευνητικής εργασίας λειτουργούν αναστοχαστικά σχετικά με τον τρόπο που εφαρμόζεται η εξ αποστάσεως εκπαίδευση στο γνωστικό αντικείμενο των μαθηματικών, αλλά και τις εφαρμογές της δυναμικής γεωμετρίας. Διατηρούνται επιφυλάξεις ως προς τη δυνατότητα γενίκευσης των πορισμάτων και να μην τα δεχόμαστε άκριτα. Με άλλα λόγια, για να γενικευτούν τα αποτελέσματα θα έπρεπε παράλληλα να λάβει χώρα και μια έρευνα δράσης για να διαπιστωθεί με ποιο τρόπο και σε ποιο βαθμό εφαρμόζεται η θεωρία στην πράξη.

Τα αποτελέσματα και τα συμπεράσματα της κάθε έρευνας εγείρουν προβληματισμούς και δημιουργούν νέους δρόμους προς διερεύνηση. Η παρούσα βιβλιογραφική έρευνα θα μπορούσε να αποτελέσει έναυσμα για να ξεκινήσει μια ουσιαστική συζήτηση γύρω από το θέμα, αλλά και να εφαρμοστούν πολιτικές για την προώθηση των Νέων Τεχνολογιών της Επικοινωνίας και της Πληροφορίας στην εκπαιδευτική διαδικασία. Συν τοις άλλοις, η συγκεκριμένη έρευνα θα μπορούσε να αποτελέσει ακόμη και τον πυρήνα μιας πιο διευρυμένης μελέτης, που να περιλαμβάνει και ερευνητικό πεδίο. Πιο συγκεκριμένα, θα μπορούσαν να υπάρχουν διαφορετικές ομάδες μαθητών που θα εφαρμοζόταν ή όχι η συγκεκριμένη μορφή εκπαίδευσης, έτσι ώστε να μπορούν να διαπιστωθούν οι ειδοποιός διαφορές. Επίσης, θα μπορούσε να διεξαχθεί μια έρευνα δράσης, γεγονός που θα οδηγούσε στη βελτιστοποίηση των μέσων και των εργαλείων της ηλεκτρονικής εκπαίδευσης. Δυστυχώς στην Ελλάδα, παρά την πληθώρα θεωρητικών ερευνών που υπάρχουν για θέμα που μελετήθηκε, εν τούτους δεν υφίσταται πρακτική εφαρμογή. Συνεπώς, πρέπει να γίνουν περισσότερες εμπειρικές μελέτες, οι οποίες θα θέσουν σε κίνηση αυτό το μηχανισμό.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Angus, L., Snyder, I. & Sutherland-Smith, W. (2004). “ICT and educational (dis)advantage: families, computers and contemporary social and educational inequalities” *British Journal of Sociology of Education*, Vol. 25(1). 3–18.

Arcavi, A., & Hadas, N. (2000), Computer mediated learning: an example of an approach. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 5, 25-45.

Bekele, T.A. (2008). *Impact of technology-supported learning environments in higher education: Issues in and for research*. Unpublished doctoral dissertation, University of Oslo, Norway.

Bekele, T.A., & Menchaca, M. (2008). Research on Internet-supported learning: A review. *Quarterly Review of Distance Education*.

Beldarrain, Y. (2006). Distance education trends: Integrating new technologies to foster student interaction and collaboration. *Distance education*, 27(2), 139-153.

Benson, L., Elliot, D., Grant, M., Holschuh, D., Kim, B., Kim, H., et al. (2002). Usability and instructional design heuristics for e-Learning evaluation. In P., & S. (Eds.), *Proceedings of World Conference on Educational Multimedia, Hypermedia and Telecommunications 2002* (pp. 1615–1621). Presented at the World Conference on Educational Multimedia, Hypermedia and Telecommunications (EDMEDIA) Chesapeake, VA: AACE.

Bowie, L. (2015). *The constitution of school geometry in the Mathematics National Curriculum Statement and two Grade 10 geometry textbooks in South Africa* (Doctoral dissertation).

Brooks, R. (1997). *Special educational needs and information technology: Effective strategies for mainstream schools*. Berkshire: National Foundation for Educational Research.

Bruce, B. (1993). Innovation and social change. In: B. C. Bruce, J. K. Peyton & T. Batson (Eds), *Network-based classrooms: Promises and realities* (pp. 9–32). New York: Cambridge University Press.

Burger, W. F., & Shaughnessy, J. M. (1986). Characterizing the van Hiele levels of development in geometry. *Journal for research in mathematics education*, 31-48.

Chen, S., & Macredie, R. (2002). Cognitive styles and hypermedia navigation: Development of learning model. *Journal of the American Society for Information Science and Technology*, 53(1), 3–15.

Chickering, A., & Ehrmann, S. E. (1996, October). Implementing the seven principles: Technology as lever [Electronic version]. *American Association for Higher Education*, 3–6.

Christou, C., Mousoulides, N., Pittalis, M., & Pitta-Pantazi, D. (2004). Proofs through exploration in dynamic geometry environments. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 2(3), 339-352.

Clark, R. (2002). Six principles of effective e-Learning: What works and why. *The e-Learning Developer's Journal*, 1–10.

Clements, D. H., & Battista, M. T. (1990). The effects of Logo on children's conceptualizations of angle and polygons. *Journal for Research in Mathematics Education*, 356-371.

Conrad, D. (2006). E-Learning and social change: An apparent contradiction. In M. Beaudoin (Ed.), *Perspectives on higher education in the digital age* (pp. 21–33). New York: Nova Science Publishers.

Cotic, M., Felda, D., Mesinovic, S. & Simcic, B. (2011). Visualisation of geometric problems on geoboard. *The Journal of Elementary Education*, 4, 4, 89–110.

De Moor, E. (2000). Η διδασκαλία της Γεωμετρίας στην Ολλανδία (ηλικίες 4-14) η ρεαλιστική προσέγγιση. Στο L. Srteefland (ed.) *Ρεαλιστικά Μαθηματικά στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση*. 131-153. Αθήνα: Leader Books.

De Villiers, M.D. (1996). *Some adventures in Euclidean geometry*. Durban: University of Durban-Westville.

Dede, C. (1996). The evolution of distance education: Emerging technologies and distributed learning. *The American Journal of Distance Education*, 10(2), 4–36.

Detheridge, T. (1996) Information Technology. In B. Carpenter, R. Ashdow & K. Bovair(eds.), *Enabling Access: Effective teaching and Learning for Pupils with Learning Difficulties*. London: David Fulton.

Dimakos, G., & Zaranis, N. (2010). The influence of the Geometer's Sketchpad on the geometry achievement of Greek school students. *The Teaching of Mathematics*, (25), 113-124.

Dringus, L. P., & Cohen, M. S. (2005). An adaptable usability heuristic checklist for online courses. 35th Annual FIE '05. Presented at the Frontiers in Education.

Dwyer, D. C., Ringstaff, C., & Sandholtz, J. H. (1990). Teacher beliefs and practices (ACOT Report J8), Cupertino, CA: Apple Computer, Inc. Retrieved May 17, 2005, from [http:// www.apple.com/education/k12/leadership/acot/pdf/rpt08.pdf](http://www.apple.com/education/k12/leadership/acot/pdf/rpt08.pdf)

Ellis, R. (2004). Down with boring e-learning! Interview with e-learning guru Dr. Michael W. Allen. Learning circuits. Retrieved from. http://www.astd.org/LC/2004/0704_allen.htm

Forgasz, H. J., & Prince, N. (2002). Software used for mathematics learning—reporting on a survey. *Vinculum*, 39(1), 18-19.

Fullan, M. with Stiegelbauer, S. (1991). The new meaning of educational change. New York: Teachers College Press.

Fuys, D., Geddes, D., & Tischler, R. (1988). The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents. *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph*, 3, i-196.

Gilbert, J., Morton, S., & Rowley, J. (2007). e-Learning: The student experience. *British Journal of Educational Technology*, 38(4), 560–573.

Gorski, P. (2002). Dismantling the digital divide: A multicultural education framework. *Multicultural Education* 10 (1), 28-30.

Guilar, J., & Loring, A. (2008). Dialogue and community in online learning: Lessons from Royal Roads University. *Journal of Distance Education*, 22(3), 19–40.

Gutiérrez, A., & Jaime, A. (1998). On the assessment of the Van Hiele levels of reasoning. *Focus on learning problems in mathematics*, 20, 27-46.

Hall, G. E., & Hord, S. M. (1987). Change in schools: Facilitating the process. Albany, NY: State University of New York Press.

Hanna, G. (2000). Proof, explanation and exploration: An overview. *Educational studies in mathematics*, 44(1-2), 5-23.

Harasim, L. (2000). Shift happens: Online education as a new paradigm in learning. *The Internet and Higher Education*, 2(1–2), 41–61, doi:10.1016/S1096-7516(00)00032-4

Hennessy, S., Harrison, D., & Wamakote, L. (2010). Teacher factors influencing classroom use of ICT in Sub-Saharan Africa. *Itupale online journal of African studies*, 2(1), 39-54.

Hoffer, A. (1981, January). Geometry is More than Proof. *Mathematics Teacher*, σσ. 11-18

Hoffer, A. (1983). van Hiele-based research. *Acquisition of mathematics concepts and processes*, 205-227.

Holmberg, B. (2002). *Εκπαίδευση εξ αποστάσεως: Θεωρία και Πράξη*. Αθήνα: Έλλην.

Howell, S.L., & Wilcken, W. (2005). Student support services. In C. Howard, J. Boettcher, L. Justice, K. Schenk, P.L. Rogers, & G.A. Berg (Eds.), *Encyclopedia of distance education* (Vol. 4, pp. 1687–1692). Hershey, PA: Idea Group Reference.

Imel, S. (2002). *E-learning: Trends and issues alert No. 40*. Washington, DC: Office of Educational Research and Improvement. Retrieved July 23, 2008, from ERIC Document Reproduction Service No. ED469265.

Jones, K. (1998). Theoretical frameworks for the learning of geometrical reasoning. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 18(1-2), 29-34.

Jones, K. (2000). Providing a foundation for deductive reasoning: Students' interpretations when using Dynamic Geometry Software and their evolving mathematical explanations. *Educational Studies in Mathematics*, 44, 55–85.

Jukes, I., & Dosaj, A. (2005). Understanding Digital Kids (DKs): Teaching & learning in the new digital landscape. Retrieved May, 25, 2005.

Kalantzis, M., Cope, B. & Arvanitis, E., 2011, «Ο Εκπαιδευτικός ως Σχεδιαστής: Η Παιδαγωγική στην Εποχή των Νέων Ψηφιακών Μέσων», Πρακτικά ΙΓ' Διεθνούς Συνεδρίου της Παιδαγωγικής Εταιρείας: Αναλυτικά Προγράμματα και Σχολικά Εγχειρίδια: Ελληνική Πραγματικότητα και Διεθνής Εμπειρία, 20-22 Νοεμβρίου 2009, Γιάννενα, σελ. 27-58. <http://neamathisi.com/learning-by-design/reference/>

Karakus, F., & Peker, M. (2015). The effects of dynamic geometry software and physical manipulatives on pre-service primary teachers' van Hiele levels and spatial abilities. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 6(3), 338-365.

Keegan, D. (1996). *Foundations of distance education* (3rd ed.). London: Routledge.

Keegan, D. (2001). *Οι Βασικές Αρχές της Ανοικτής και Εξ Αποστάσεως Εκπαίδευσης*. Α. Μελίστα, Αθήνα: Μεταίχμιο.

- Keegan, D. (2013). *Foundations of distance education*. Routledge.
- Keong, C. C., Horani, S., & Daniel, J. (2005). A study on the use of ICT in mathematics teaching. *Malaysian Online Journal of Instructional Technology*, 2(3), 43-51.
- Khan, B. (2001). *Web-based training*. Englewood Cliffs, NJ: Educational Technology Publications.
- Kim, S., & Chang, M. (2010). Computer games for the math achievement of diverse students. *Journal of Educational Technology & Society*, 13(3), 224.
- King, F., Young, M. F., Drivere-Richmond, K., & Schrader, P. G. (2001). Defining distance learning and distance education. *AACE journal*, 9(1), 1–14.
- Knight, K. C. (2006). An investigation into the change in the Van Hiele levels of understanding geometry of pre-service elementary and secondary mathematics teachers.
- Kotluk, N., & Kocakaya, S. (2016). Researching and Evaluating Digital Storytelling as a Distance Education Tool in Physics Instruction: An Application with Pre-Service Physics Teachers. *Turkish Online Journal of Distance Education*, 17(1), 87-99.
- WIRSZUP, I. (1976). *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren*. University of Chicago Press.
- Laborde, C. (2000). Dynamic geometry environments as a source of rich learning contexts for the complex activity of proving. *Educational Studies in Mathematics*, 44(1), 151– 161.
- Lagrange, J.-B., Artigue, M., Laborde, C., & Trouche, L. (2003) Technology and Mathematics Education: a multidimensional study of the evolution of research and innovation. In Alan Bishop (Ed.) *Second International Handbook of Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer.
- Leask, M., & Meadows, J. (2012). *Teaching and Learning using ICT in the Primary School*. Routledge.

Lowenthal, P., & Wilson, B. G. (2010). Labels do matter! A critique of AECT's redefinition of the field. *TechTrends*, 54(1), 38–46, doi:10.1007/s11528-009-0362-y

Martz, W.M., Jr., & Reddy, V.K. (2005). Success in distance education. In C. Howard, J. Boettcher, L. Justice, K. Schenk, P.L. Rogers, & G.A. Berg (Eds.), *Encyclopedia of distance education (Vol. 3, pp. 1440–1445)*. Hershey, PA: Idea Group Reference.

Mason, M. (2009). The van Hiele levels of geometric understanding. *Colección Digital Eudoxus*, 1(2).

McIntyre, R. N. I. (2017). *Analysing geometry in the classroom mathematics and mind action series mathematics textbooks using the van Hiele levels* (Doctoral dissertation).

McKenzie, J. (1994). From technology refusal to technology acceptance: a reprise. *From Now On: The Educational Technology Journal*, 4(9), 1-12.

Moore, J. L., Dickson-Deane, C., & Galyen, K. (2011). e-Learning, online learning, and distance learning environments: Are they the same?. *The Internet and Higher Education*, 14(2), 129-135.

Moore, K., & Aspden, L. (2004). Coping adapting, evolving: The student experience of e-learning. *Update*, 3(4), 22–24.

Moore, M. (1986). Self-directed learning and distance education. *International Journal of E-Learning & Distance Education*, 1(1), 7-24.

Moore, M. G. (1990). Background and overview of contemporary American distance education. *Contemporary issues in American distance education* (pp. xii–xxvi). New York: Pergamon Press.

Moss, Jeremy (2002) ‘Power and the digital divide’. *Ethics and Information Technology*, Volume 4, Number 2 / June, 2002, 159-165.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

Newby, T., Stepich, D., Lehman, J., & Russell, J. (2000). *Instructional technology for teaching and learning: Designing instruction, integrating computers, and using media* (2nd ed.). Columbus, OH: Prentice-Hall.

Nichols, M. (2003). A theory of eLearning. *Educational Technology & Society*, 6(2), 1–10.

O'Malley, C. & Fraser, D. S. (2004). *Literature review in learning with tangible technologies* (Report 12). Bristol, England: Nesta Futurelab Series.

Palloff, R. M., & Pratt, K. (1999). *Building learning communities in cyberspace: Effective strategies for the online classroom*. San Francisco: Jossey-Bass.

Perdikaris, S. C. (2011). Using fuzzy sets to determine the continuity of the van Hiele levels. *Journal of Mathematical Sciences & Mathematics Education*, 6(1), 39-46.

Phipps, R. A., & Merisotis, J. P. (1999). What's the difference? A review of contemporary research on the effectiveness of distance learning in higher education. Washington, DC: The Institute for Higher Education Policy.

Postman N. (1999). *Τεχνοπόλις. Η υποταγή του πολιτισμού στην τεχνολογία*. Μεταξάς Κ (μετ). Καστανιώτης.

Prensky, M. (2004). The emerging online life of the digital native. Retrieved August, 7, 2008.

Pusey, E. L. (2003). The Van Hiele model of reasoning in geometry: a literature review.

Robin, B. R. (2008). Digital storytelling: A powerful technology tool for the 21st century classroom. *Theory into practice*, 47(3), 220-228.

Romero, P., du Boulay, B., Cox, R., Lutz, R., & Bryant, S. (2007). Debugging strategies and tactics in a multi-representation software environment. *International Journal of Human-Computer Studies*, 65(12), 992–1009.

Rooms, M. (2000). Information and communication technology and dyslexia. In J., Townend & M. Turner (eds.), *Dyslexia in Practice: A Guide for Teachers* (pp. 263-172). New York: Kluwer Academic/Plenum Publishers.

Russel, A. L. (1995). *Stages in learning new technology: naïve adult email users*, *Computers & Education*, 25(4), 173-178.

Saha, R. A., Ayub, A. F. M., & Tarmizi, R. A. (2010). The effects of GeoGebra on mathematics achievement: enlightening coordinate geometry learning. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 8, 686-693.

Simonson, M. (2003). Distance education: Sizing the opportunity. *Quarterly Review of Distance Education*, 4(4), VII.

Simonson, M., Smaldino, S., Albright, M., & Zvacek, S. (2011). *Teaching and Learning at Distance : Foundation of Distance Education*. Pearson.

Soong, M.H.B., Chan, H.C., Chua, B.C., & Loh, K.F. (2001). Critical success factors for online course resources. *Computers & Education*, 36(2), 101–120.

Spector, J. M., Merrill, M. D., Merrienboer, J. V., & Driscoll, M. P. (2008). *Handbook of research on educational communications and technology* (3rd ed.). New York, London: Lawrence Erlbaum Associates.

Starcic, A. I., Cotic, M., & Zajc, M. (2013). Design-based research on the use of a tangible user interface for geometry teaching in an inclusive classroom. *British Journal of Educational Technology*, 44(5), 729-744.

Szabo, M. (2002). Educational reform as innovation diffusion: Development of a theory and test of a model using continuing professional development and instructional technology. Paper presented at the Informing Science conference, June, Cork, Ireland.

Retrieved May 18, 2005, from <http://www.quasar.ualberta.ca/IT/research/Szabo/Szabo-Educa.pdf>

Tavangarian, D., Leypold, M. E., Nölting, K., Röser, M., & Voigt, D. (2004). Is e-Learning the solution for individual learning? *Electronic Journal of e-Learning*, 2(2), 273–280.

Tenbusch, J. P. (1998). Teaching the teachers: Technology staff development that works. *AMERICAN SCHOOL BOARD JOURNAL*, 185, A16-A19.

Toki, E. I., & Pange, J. (2014). ICT use in early childhood education: Storytelling. *Tiltai*, 66(1), 183-192.

Triacca, L., Bolchini, D., Botturi, L., & Inversini, A. (2004). Mile: Systematic usability evaluation for e-Learning web applications. *AACE Journal*, 12(4).

Usiskin, Z. (1982). Van Hiele Levels and Achievement in Secondary School Geometry. CDASSG Project.

Van de Walle, J. A. (2005). Μαθηματικά για το Δημοτικό και το Γυμνάσιο: Μια Εξελικτική Διδασκαλία (Επιστ. Επιμ. Τ. Τριανταφυλλίδης). Αθήνα: Τυπωθήτω-Δαρδανός.

Van Hiele, P. M. & Van Hiele-Geldof, (1958). D. “A method of initiation into geometry”. *Report on Methods of Initiation into Geometry, Groningon, Walters*.

Van Hiele, P. M. (1986). Is It Possible to Test Insight. *Structure and insight A theory of mathematics education*.

Van Hiele, P. M. (2011). *Δομή και Διορατικότητα : Μια θεωρία για τη Μαθηματική Εκπαίδευση*. Αθήνα: Liberal Books.

Volery, T., & Lord, D. (2000). Critical success factors in online education. *International Journal of Educational Management*, 14(5), 216–223.

Wagner, E. D. (2001). Emerging learning trends and the world wide web. Web-based Training (pp. 33–50). Englewood Cliffs, NJ: Educational Technology Publications.

Warschauer, M (2000). Technology and School Reform: A View from Both Sides of the Tracks. Education Policy Analysis.

Yazdani, M. A. (2008). The Gagne–van Hiele Connection: A Comparative Analysis of Two Theoretical Learning Frameworks. *Journal of Mathematical Sciences & Mathematics Education*, 3(1), 58-63.

Zbiek, R. M. (2002). Influences on mathematics teachers' transitional journeys in teaching with CAS. *The International Journal for Technology in Mathematics Education*, 9(2), 129.

Αβραάμ, Ε. (2002). *Εξ'αποστάσεως εκπαίδευση, διάδραση ανθρώπου τεχνολογίας*.

Αγαλιώτης, Ι. (2000). *Μαθησιακές δυσκολίες στα μαθηματικά. Αιτιολογία, Αξιολόγηση, Αντιμετώπιση*. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

Ανθούλιας Τ. (1989). *Πληροφορική και Εκπαίδευση*. Αθήνα: Έλλην.

Βεργίδης, Α. Λιοναράκης, Α. Λυκουργιώτης, Β. Μακράκης, Χ. Ματραλής, (1999). *Ανοικτή και εξ αποστάσεως εκπαίδευση: Θεσμοί και λειτουργίες*. ΕΑΠ, ΠΑΤΡΑ.

Βοσνιάδου, Σ. (2006^α). *Παιδιά, σχολεία και υπολογιστές*. Αθήνα: Gutenberg.

Βοσνιάδου, Σ. (2006^β). *Σχεδιάζοντας περιβάλλοντα μάθησης υποστηριζόμενα από τις Σύγχρονες Τεχνολογίες*. Αθήνα: Gutenberg.

Γεωργιάδη, Ε., Μπάρλου, Α., και Κορδούλης, Χ. (2003), Σύγκριση Κόστους της Εξ Αποστάσεως και της Παραδοσιακής Πανεπιστημιακής Εκπαίδευσης στην Ελλάδα, Πρακτικά Εισηγήσεων του 2ου Πανελληνίου Συνεδρίου για την ΑεξΑΕ, 28–30 Μαρτίου, Πάτρα

Γιαννακοπούλου Ε. (1994). *Η Πληροφορική στην Εκπαίδευση*. Αθήνα: Γρηγόρη.

Γκιόσος, Ι., Μαυροειδής, Η., & Κουτσούμπα, Μ. Ι. (2008). Η έρευνα στην από απόσταση εκπαίδευση: ανασκόπηση και προοπτικές. *Ανοικτή Εκπαίδευση: το περιοδικό για την Ανοικτή και εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση και την Εκπαιδευτική Τεχνολογία*, 4(1), 49-60.

Διαμαντοπούλου, Α. (2003). *Εισήγηση στη Διάσκεψη για τις γυναίκες και την κοινωνία της πληροφορίας*. Αθήνα, 5 Μαΐου 2003.

Ζαράνης, Ν. (2000). *Η ΑΞΙΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ VAN HIELE ΣΤΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ ΤΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ ΣΤΗΝ ΥΠΟΧΡΕΩΤΙΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΜΕ ΤΗ ΒΟΗΘΕΙΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΗ*. Αθήνα.

Ζαράνης, Ν. & Ντζιαχρήστος, Β. (2000). *Η αξιοποίηση υπολογιστών στην κατανόηση γεωμετρικών εννοιών Α΄ Γυμνασίου*. Στο Πρακτικά Β΄ Πανελληνίου Συνεδρίου Κέντρου Έρευνας Επιστήμης και Εκπαίδευσης, Εθνικού και Καποδιστριακού Πανεπιστημίου Αθηνών, Παιδαγωγικού Ινστιτούτου, Αθήνα, 44-56.

Καλαντζής, Γ. (2011). *Οι αντιλήψεις και οι στάσεις των εκπαιδευτικών σχετικά με την επιμόρφωση για την αξιοποίηση των ΤΠΕ στη διδακτική πράξη*.

Ιωάννου, Μ, Μπακόλα, Ε. Πετρίδου, Α. & Σταυρίδου, Χ. (2010). *Ανάπτυξη και αξιολόγηση εναλλακτικού εκπαιδευτικού υλικού για τα μαθηματικά: η περίπτωση του εμβαδού στη στ΄ τάξη του δημοτικού σχολείου. Διπλωματική εργασία*. Πανεπιστήμιο Θράκης. Διαθέσιμο στο:
<http://repo.lib.duth.gr/jspui/bitstream/123456789/905/1/EA85.PDF>

Καλδρυμίδου, Μ., Οικονόμου, Α., Οικονόμου, Π., Σακονίδης, Χ. & Τζεκάκη, Μ. (2000). Αξιολόγηση των Μαθηματικών Γνώσεων μαθητών Στ΄ Δημοτικού και Γ΄ Γυμνασίου. Στο Κ. Τζανάκης (επιμ.) *Πρακτικά 2^{ης} Διημερίδας Διδακτικής των Μαθηματικών*, 15-39. Ρέθυμνο: Πανεπιστήμιο Κρήτης.

Καραγεώργος, Δ., Γιαλαμάς, Β., & Κασιμάτη, Α. (1996). Η Επίδοση των Μαθητών Α΄ Γυμνασίου στα Μαθηματικά και η Στάση τους απέναντι σ'αυτά: Μια Προσπάθεια Διερεύνησης της μεταξύ τους Σχέσης. *Διαθέσιμο στο δικτυακό τόπο: <http://www.pi-schools.gr/download/publications/epitheorisi/teyxos1/e1>*, 2046-74.

Καρκούλιας, Γ. (2014). *Η διδασκαλία της Γεωμετρίας*. Αθήνα: Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών.

Καφαντάρης Τ., (2003). Οι 10 τεχνολογικές καινοτομίες που θα αλλάξουν την εκπαίδευση, άρθρο στην εφημερίδα *ΤΟ ΒΗΜΑ*, 12-01-2003, κωδικός άρθρου: B13761HO61.

Κελπανίδης, Μ., & Βρυνιώτη, Κ. (2004). Δια βίου Μάθηση. Κοινωνικές προϋποθέσεις και λειτουργίες: Δεδομένα και διαπιστώσεις. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

Κολέζα, Ε. (2000). Γνωσιολογική και διδακτική προσέγγιση των στοιχειωδών μαθηματικών εννοιών. Αθήνα: Leader Books.

Κόμης, Β. (2004), *Εισαγωγή στις Εφαρμογές των ΤΠΕ στην Εκπαίδευση*, Αθήνα, Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών

Κόμης, Β., & Μικρόπουλος, Α. (2001). Πληροφορική στην εκπαίδευση. *Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο (ΕΑΠ), Πάτρα*.

Κούρκουλος, Μ. (1998). Χαρακτηριστικά των κριτηρίων ελέγχου που χρησιμοποιούν οι μαθητές κατά την εφαρμογή των αλγορίθμων της αριθμητικής και της άλγεβρας. Στο Κούρκουλος, Μ., Μπαμιεδάκη, Α. Τζανάκης, Κ. & Τρούλης, Γ. (επιμ.) Πρακτικά 1^{ης} Διημερίδας Διδακτικής των Μαθηματικών, 80-92. Ρέθυμνο: ΠΤΔΕ, Πανεπιστήμιο Κρήτης.

Λιοναράκης, Α. (2001). Ανοικτή και εξ Αποστάσεως Πολυμορφική Εκπαίδευση: Προβληματισμοί για μία ποιοτική προσέγγιση σχεδιασμού διδακτικού υλικού. στο: Α. Λιοναράκης (επιμ.) *Απόψεις και προβληματισμοί για την ανοικτή και εξ αποστάσεως εκπαίδευση*. Αθήνα: Προπομπός.

Λιοναράκης, Α. (2006). Η θεωρία της εξ αποστάσεως εκπαίδευσης και η πολυπλοκότητα της πολυμορφικής της διάστασης. στο: Α. Λιοναράκης (επιμ.) *Ανοικτή και εξ αποστάσεως εκπαίδευση-Στοιχεία θεωρίας και πράξης*. Αθήνα: Προπομπός.

Μαρκάκης Β. & Κοντογιαννοπούλου, Γ. (1995), “Υπολογιστές στην εκπαίδευση: μια κριτική επισκόπηση στο διεθνή χώρο και στην Ελλάδα”, Αθήνα: Εθνικό Ίδρυμα Ερευνών.

Μακράκης, Β. (2000). Υπερμέσα στην Εκπαίδευση. Μια κοινωνικο-εποικοδομιστική προσέγγιση. *Αθήνα: Μεταίχμιο*, 658(5).

Μάκρας, Σ., & Σαλίχος, Μ. (1991). Αξιολόγηση των Γνώσεων των Μαθητών στα Μαθηματικά κατά την είσοδό. *Ευκλείδης Γ*, (30-31), 42-60

Μαρκαντώνης Χ. (2007). Η αξιοποίησή των νέων τεχνολογιών πληροφορίας και επικοινωνίας στη μαθησιακή διαδικασία και τη διοίκηση των σχολικών μονάδων πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης των νομών Φθιώτιδας και Ευρυτανίας, αδημοσίευτη διπλωματική εργασία, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας: Βόλος.

Μαστρογιάννης, Α. & Τρύπα, Α. (2010). ΤΠΕ και Μαθηματικά: Ωφελιμότητα, περιττότητα ή ουτοπία; 5ο Πανελλήνιο Συνέδριο του Ελληνικού Ινστιτούτου Εφαρμοσμένης Παιδαγωγικής και Εκπαίδευσης με διεθνή συμμετοχή και θέμα «Μαθαίνω πώς να Μαθαίνω», Αθήνα, 7 - 8 - 9 Μαΐου.

Μουζάκης, Χ. (2003). *Διδασκαλία και Μάθηση σε Εικονικά Περιβάλλοντα Σύγχρονης Τηλεδιάσκεψης : Ερευνητική – Εμπειρική Μελέτη των Παιδαγωγικών Διαστάσεων και της Διδακτικής Αποτελεσματικότητας στην Ανώτατη Εκπαίδευση*. Αθήνα: Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών.

Μουζάκης, Χ. (2011). Εκπαίδευση Ενηλίκων. 8. Η εξ αποστάσεως εκπαίδευση στην εκπαίδευση ενηλίκων-Παραδείγματα και περιπτώσεις εφαρμογής.

Μπίκος, Κ. (1995), Εκπαιδευτικοί και Ηλεκτρονικοί Υπολογιστές, Θεσσαλονίκη: Εκδοτικός Οίκος Κυριακίδη.

Μπουραντάς, Ό. (2005). Απόψεις φιλολόγων εκπαιδευτικών αναφορικά με την εισαγωγή και τη χρήση των μέσων διδασκαλίας και των Νέων Τεχνολογιών στη διδακτική διαδικασία. Σύγχρονη Εκπαίδευση: Τρίμηνη Επιθεώρηση Εκπαιδευτικών Θεμάτων, (140), 118-131.

Νικολουδάκης, Ε. (2009). *Διδακτικά μοντέλα και οι τρόποι αλληλεπίδρασης καθηγητού και μαθητών στη διδασκαλία των μαθηματικών: συνδυάζοντας τις φάσεις της θεωρίας van Hiele με τις μεθόδους της γνωστικής μαθητείας. Ένα διδακτικό μοντέλο διδασκαλίας της ευκλείδειας γεωμετρίας σε μαθητές της Α'λυκείου*(Doctoral dissertation, Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών (ΕΚΠΑ). Τμήμα Παιδαγωγικό Δημοτικής Εκπαίδευσης).

Νιτσοτόλης, Β., (2014), *Εκπαιδευτικά Λογισμικά για τα Μαθηματικά*, Πτυχιακή εργασία, Διαθέσιμο στο: <http://www.teilar.gr/dbData/ProfAnn/profann-32e3f8a4.pdf>. ΑΤΕΙ Θεσσαλίας.

Ντζιαχρήστος, Β. & Κοντογιάννης, Δ. (1999) Βασικές έννοιες της Γεωμετρίας. Αθήνα: (εκδ. συγγρ.) (3η έκδοση).

Ντζιαχρήστος, Β. & Ζαράνης, Ν. (2002). Δραστηριότητες για την βελτίωση δεξιοτήτων στο μάθημα της Γεωμετρίας με εκπαιδευτικό λογισμικό και φύλλα εργασίας βασισμένες στο μοντέλο Van Hiele.

Ντζιαχρήστος, Β., & Ζαράνης, Ν. (2001). Η αξιοποίηση της θεωρίας Van Hiele στην κατανόηση Γεωμετρικών Εννοιών της Α' Γυμνασίου με τη βοήθεια εκπαιδευτικού Λογισμικού. *Μαθηματική Επιθεώρηση*, (56), 55-74.

Ντζιαχρήστος, Β., & Κολέζα, Ε. (1990). Η διδασκαλία της Γεωμετρίας στα σχολεία. Επίπεδα PM Van Hiele. *Μαθηματική Επιθεώρηση*, (37), 11-23.

Πανεπιστήμιο Κρήτης, *Μαθηματικά λογισμικά*. Διαθέσιμο στο: <http://thales.math.uoc.gr:1080/syndesmoi/logismiko/>.

Πανέτσος, Σ. (2001). Οι Υπολογιστές στην Εκπαίδευση, εκδόσεις ΙΩΝ.

Πανεπιστήμιο Κύπρου, Δυναμικά Γεωμετρικά λογισμικά. Διαθέσιμο στο: <http://www.ucy.ac.cy/transformations/multimedia-resources/dynamic-geometry-software>

Παπάς Γ. (1989). *Η Πληροφορική στο Σχολείο*. Αθήνα: Συμεών.

Πιττάλης, Μ., Μουσουλίδης, Ν., & Χρίστου, Κ. (2004), *Νέες προοπτικές στη διδασκαλία της γεωμετρίας: Η περίπτωση του εμβαδού πολυγώνων*, 4^ο Συνέδριο ΕΤΠΕ, 29/09 – 03/10/2004, Πανεπιστήμιο Αθηνών.

Πόταρη, Δ. (1989). Δυσκολίες Μάθησης των Μαθηματικών στο Δημοτικό Σχολείο. *Ευκλείδης Γ*, 6(21), 3-21.

Ραβάνης Κ (2006). Η κοινωνία της γνώσης και της πληροφορίας. Το Βήμα των κοινωνικών επιστημών, 48. Ειδικό τεύχος: Εκπαίδευση-Νέες Τεχνολογίες – Ανθρωπισμός. 121-138.

Ράπτης Α. & Ράπτη Α. (1999). *Πληροφορική και Εκπαίδευση – Συνολική Προσέγγιση*. Αθήνα: Ιδιωτική.

Σολομωνίδου, Χ. (1999). Εκπαιδευτική τεχνολογία. Μέσα, υλικά, διδακτική χρήση και αξιοποίηση, Αθήνα: Καστανιώτη.

Τουμάσης, Μ. (2004). Σύγχρονη διδακτική των Μαθηματικών. Αθήνα: Gutenberg.

Φιλίππου, Γ. & Χρίστου, Κ. (1995). Διδακτική των Μαθηματικών. Αθήνα: Δαρδανός.

Φιλίππου, Γ. (1990). Οι μαθηματικές γνώσεις των αποφοίτων του Δημοτικού Σχολείου. Μια συγκριτική αξιολόγηση. Στα πρακτικά του 7^{ου} Συνεδρίου της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας, 91-117. Αθήνα: Ε.Μ.Ε.

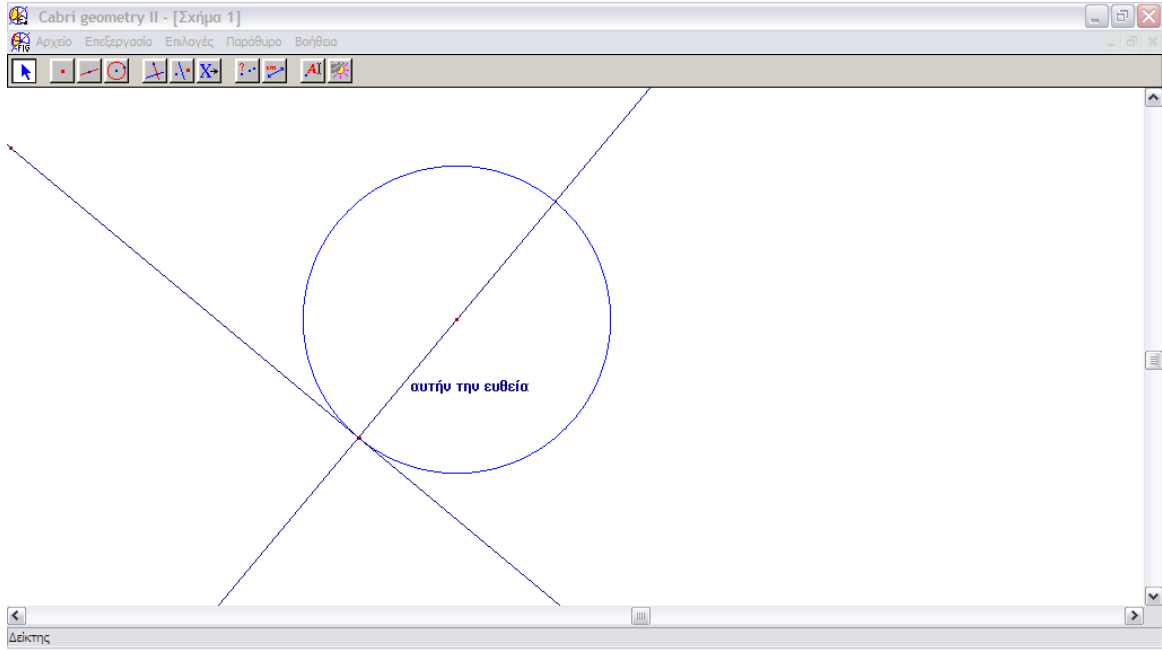
Φιλίππου, Γ. (1992). Οι μαθηματικές γνώσεις των τελειόφοιτων του Γυμνασίου. *Ευκλείδης Γ'*, 33-34, 81-97.

Φωτόδεντρο, Εθνικός Συσσωρευτής Εκπαιδευτικού Περιεχομένου, Διαθέσιμο στο: <http://photodentro.edu.gr/aggregator/>

Χρονάκη, Α. & Δημουλά, Μ. (2005). Ίδια και διαφορετικά: Κατανόηση της έννοιας του τριγώνου από παιδιά πρώτης δημοτικού. Στο Χ. Κυνηγός (επιμ.) Πρακτικά 1^{ου} Συνεδρίου της Ένωσης Ερευνητών Διδακτικής Μαθηματικών, 415-424. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

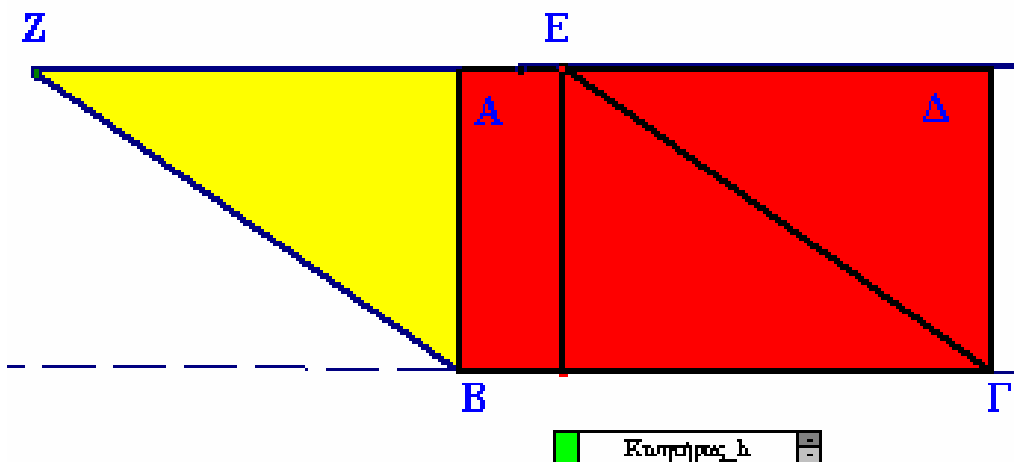
Παραδείγματα διδασκαλίας γεωμετρικών εννοιών μέσω λογισμικών δυναμικής γεωμετρίας.



Παράδειγμα 1

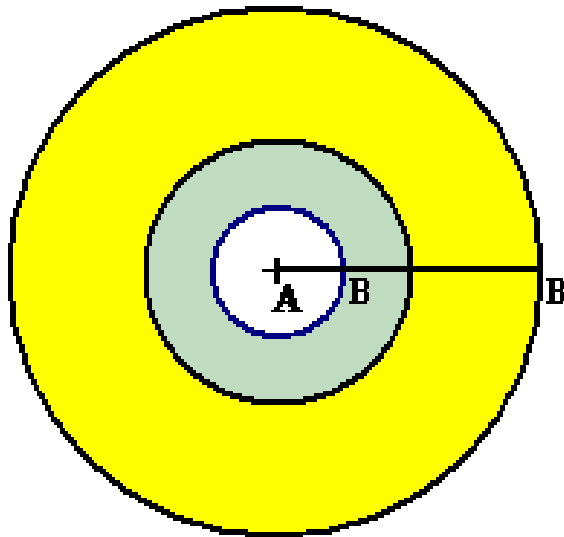
$$\text{Εμβαδόν(ΕΓΒ..)} = 35 \text{ τετ. εκ.}$$

$$\text{Εμβαδόν(ΑΒΓ..)} = 35 \text{ τετ. εκ.}$$



Παράδειγμα 2

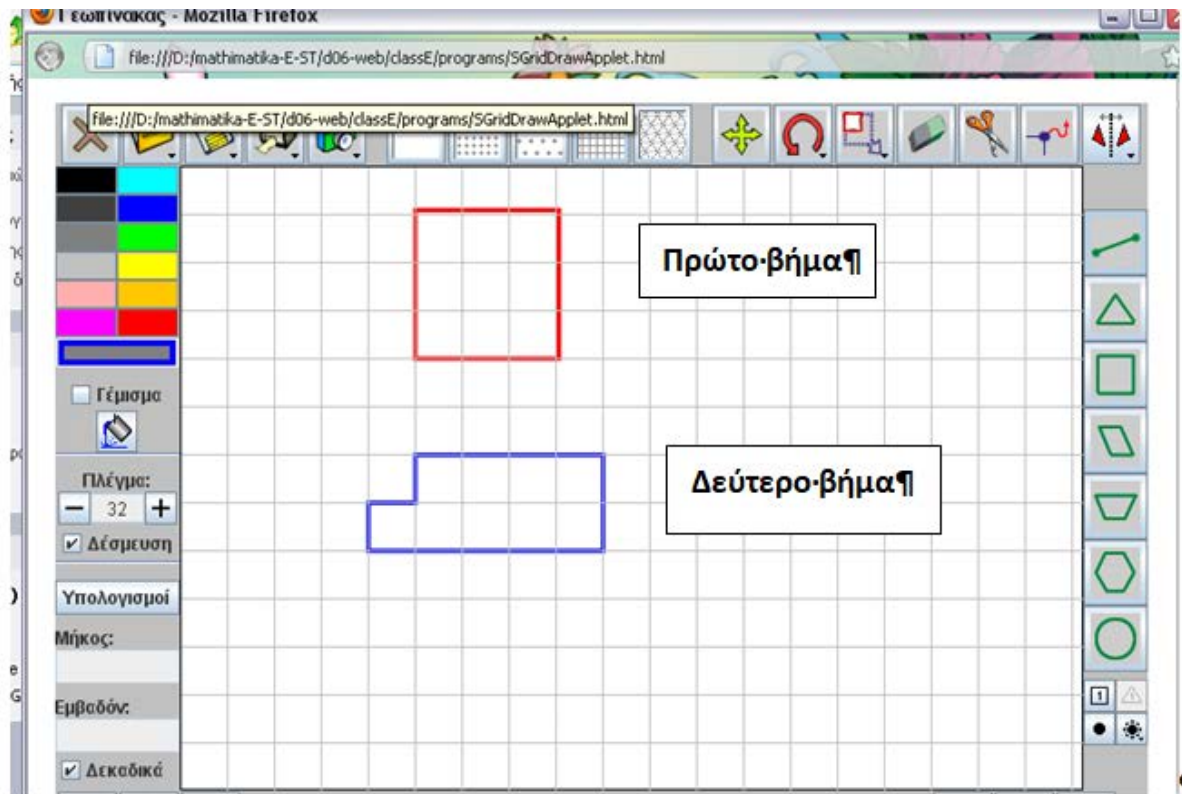
Παράδειγμα 3



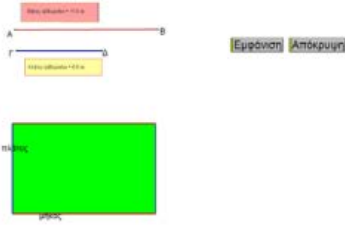
Εμβαδόν Κύκλου= 50.265 τετ. εκ.
ακτίνα = 4.000 εκ.

Εμβαδόν = 12.566 τετ. εκ.
ακτίνα = 2.000 εκ.


Εμβαδόν Κύκλου= 3.142 τετ. εκ.
ακτίνα = 1.000 εκ.



Παράδειγμα 4

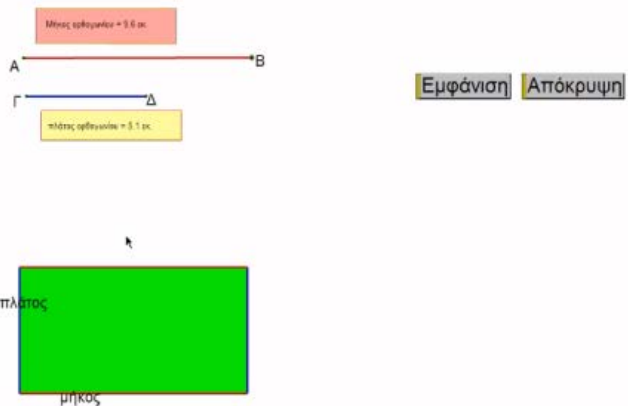


ΕΙΚΟΝΑ 1
Το ορθογώνιο- Περίμετρος και εμβαδόν-1



ΕΙΚΟΝΑ 2
Το ορθογώνιο- Περίμετρος και εμβαδόν-2

Μήκος ορθογώνιου	Πλάτος ορθογώνιου	Περίμετρος ορθογώνιου	Εμβαδόν ορθογώνιου
4.000	4.000	16.000	16.000
6.000	4.000	20.000	24.000
8.000	4.000	24.000	32.000
10.000	4.000	28.000	40.000
12.000	4.000	32.000	48.000
14.000	4.000	36.000	56.000
16.000	4.000	40.000	64.000
18.000	4.000	44.000	72.000
20.000	4.000	48.000	80.000

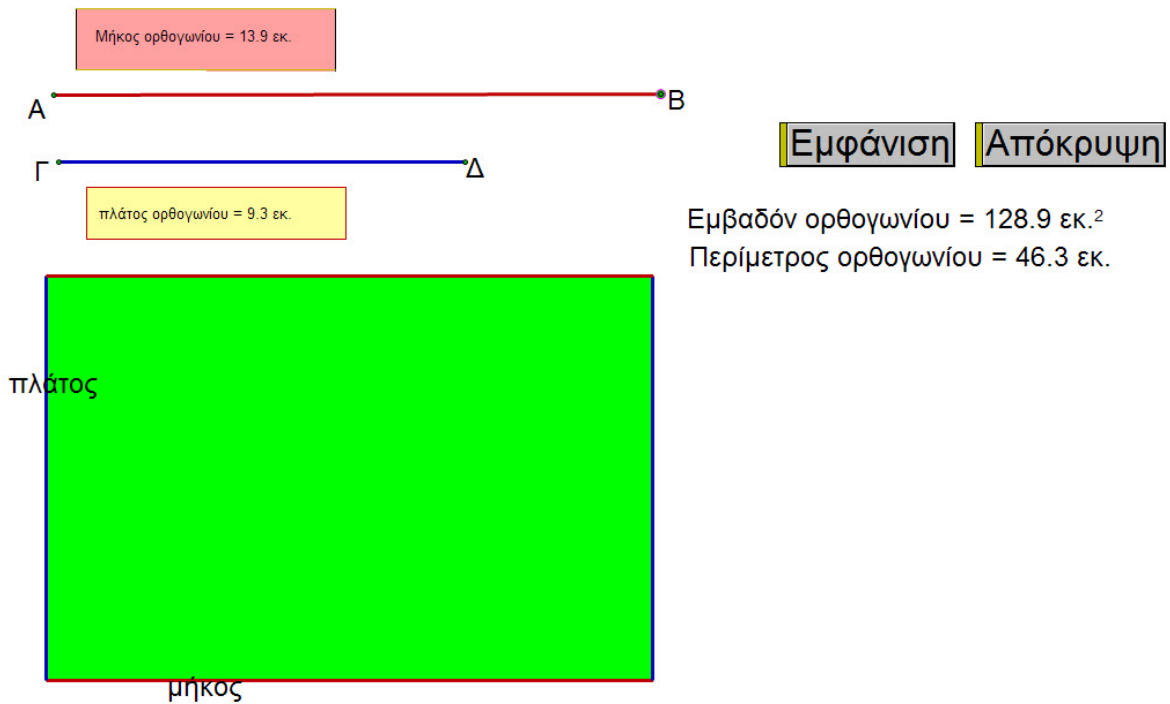


ΕΙΚΟΝΑ 3
Το ορθογώνιο- Περίμετρος και εμβαδόν-3

Μήκος ορθογώνιου	Πλάτος ορθογώνιου	Περίμετρος ορθογώνιου	Εμβαδόν ορθογώνιου
4.000	4.000	16.000	16.000
6.000	4.000	20.000	24.000
8.000	4.000	24.000	32.000
10.000	4.000	28.000	40.000
12.000	4.000	32.000	48.000
14.000	4.000	36.000	56.000
16.000	4.000	40.000	64.000
18.000	4.000	44.000	72.000
20.000	4.000	48.000	80.000

Παράδειγμα 5: Φωτόδεντρο

Παράδειγμα 6: Φωτόδεντρο



Μήκος ορθογωνίου	πλάτος ορθογωνίου	Περίμετρος ορθογωνίου	Εμβαδόν ορθογωνίου
4,999	4,009	18,017	20,044
10,019	7,984	36,006	79,992
5,985	4,009	19,989	23,997
12,022	8,014	40,071	96,337
7,001	4,995	23,994	34,975
14,024	9,986	48,019	140,04

Υπεύθυνη Δήλωση Συγγραφέα:

Δηλώνω ρητά ότι, σύμφωνα με το άρθρο 8 του Ν. 1599/1986 και τα άρθρα 2,4,6 παρ. 3 του Ν. 1256/1982, η παρούσα εργασία αποτελεί αποκλειστικά προϊόν προσωπικής εργασίας και δεν προσβάλλει κάθε μορφής πνευματικά δικαιώματα τρίτων και δεν είναι προϊόν μερικής ή ολικής αντιγραφής, οι πηγές δε που χρησιμοποιήθηκαν περιορίζονται στις βιβλιογραφικές αναφορές και μόνον.